محاضرات الفصل الثاني
المحاضرة الثالثة

م.م. دعاء احمد ياسين

①

Chain Rule
قاعدة السلسلة

هي عبارة عن مشتقة دالتين مختلفتين

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx}$$

① $y = f(t)$ دالة اولى وتكون مشتقها $\frac{dy}{dt}$

② $t = g(x)$ دالة ثانية وتكون مشتقها $\frac{dt}{dx}$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \left(\frac{dy}{dt}\right) * \left(\frac{dt}{dx}\right)$$

$\frac{dy}{dt}$ دالة اولى $*$ $\frac{dt}{dx}$ دالة ثانية

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx}$$

(2)

Ex) Use the chain rule to express dy/dx in terms of x and y

استخدم قاعدة السلسلة لتعبير عن dy/dx بدلالة x و y

① $y = \frac{t^2}{t^2+1}$ (دالة خارجية) and $t = \sqrt{2x+1} \Rightarrow t = (2x+1)^{\frac{1}{2}}$ (دالة داخلية)

① $\frac{dy}{dt} = \frac{2t(t^2+1) - 2t \cdot t^2}{(t^2+1)^2} = \frac{2t^3 + 2t - 2t^3}{(t^2+1)^2}$

$\frac{dy}{dt} = \frac{2t}{(t^2+1)^2}$

② $\frac{dt}{dx} = \frac{1}{2} \cdot (2x+1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2$

$\frac{dt}{dx} = (2x+1)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$

$\therefore$

$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx}$

$= \frac{2t}{(t^2+1)^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$

* كل (t) نعوض بدلها $\sqrt{2x+1}$

$= \frac{2 \cdot \sqrt{2x+1}}{\left((\sqrt{2x+1})^2 + 1\right)^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2x+1}} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2}{(2x+2)^2}$

جذر يلغى تربيع

$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{2}{4(x+1)^2} = \boxed{\frac{1}{2(x+1)^2}} \rightarrow \frac{dy}{dx}$

(2) If $y = 1 - \frac{1}{t}$ (3)

and $t = \frac{1}{1-x}$ at $\boxed{x=2}$

Ans

$t = \frac{1}{1-x} \Rightarrow \boxed{t = \frac{1}{1-2} = -1}$ at $x=2$

$y = 1 - \frac{1}{t}$

① $\frac{dy}{dt} = 0 - \frac{t*0 - 1*1}{t^2}$

$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{t^2} \Rightarrow \boxed{\frac{dy}{dt} = \frac{1}{t^2}}$

نعوض فيها t عندما $x=2$

$\boxed{\frac{dy}{dt} = \frac{1}{(-1)^2} = 1}$ ①

② $t = \frac{1}{1-x} = (1-x)^{-1}$

$\frac{dt}{dx} = -1(1-x)^{-2} * (-1) \Rightarrow \frac{dt}{dx} = (1-x)^{-2}$

نعوض فيه $x=2$ $\boxed{\frac{dt}{dx} = \frac{1}{(1-x)^2}}$ ⇒ $\boxed{\frac{dt}{dx} = \frac{1}{(1-2)^2} = 1}$ ②

$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx}$

$= 1 * 1 = 1 \Rightarrow \boxed{\frac{dy}{dx} = 1}$

المحاضرة الثالثة

Implicit Differentiation

الاشتقاق الضمني

نقصد به دوال فيها (y) تكون معرفة في (x) أو مجموعة مع (x) أو غيرها من العمليات الحسابية مثال لو تم تشتق (y) ضمنياً مع (x)

* **Ex)** Find $\frac{dy}{dx}$ for the following Functions:-

① $x^2 \cdot y^2 = x^2 + y^2$

Ans

$$x^2\left(2y\frac{dy}{dx}\right) + y^2(2x) = 2x + 2y\frac{dy}{dx}$$

$$2x^2y\left(\frac{dy}{dx}\right) + 2xy^2 = 2x + 2y\frac{dy}{dx}$$

$$2x^2y\frac{dy}{dx} + 2xy^2 - 2x - 2y\frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{dy}{dx}(2x^2y - 2y) + 2xy^2 - 2x = 0$$

$$\frac{dy}{dx}(2x^2y - 2y) = 2x - 2xy^2$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x - 2xy^2}{2x^2y - 2y} \Rightarrow \frac{2(x - xy^2)}{2(x^2y - y)} = \frac{x - xy^2}{x^2y - y}$$

$\frac{dy}{dx}$

(5) ٣/٢٠

② $xy+2x-5y=2$ at $P(3,2)$

$P(x,y)$ نقطة

$x\cdot\frac{dy}{dx}+y*1+2-5\frac{dy}{dx}=0$

$\frac{dy}{dx}(x-5)+y+2=0$

$\frac{dy}{dx}(5-x)=y+2$

$\frac{dy}{dx}=\frac{y+2}{5-x}$ $\Rightarrow$ at $P(3,2)$

$\left.\frac{dy}{dx}\right]_{(3,2)}=\frac{2+2}{5-3}=\frac{4}{2}=2$

③ $\sqrt{x\cdot y}+1=y$

$y'=\frac{dy}{dx}$

$(x\cdot y)^{\frac{1}{2}}+1=y$

$\frac{1}{2}(x\cdot y)^{-\frac{1}{2}}\cdot(x\cdot y'+y*1)+0=y'$

$\frac{x\cdot y'+y}{2\sqrt{x\cdot y}}=\frac{y'}{1}\Rightarrow x\cdot y'+y=y'(2\sqrt{x\cdot y})$

$x\cdot y'+y-y'(2\sqrt{x\cdot y})=0\Rightarrow y=y'(2\sqrt{x\cdot y}-x)$

$y'=\frac{y}{(2\sqrt{x\cdot y}-x)}\Rightarrow\frac{dy}{dx}=\frac{y}{(2\sqrt{x\cdot y}-x)}$