

المحاضرة الرابعة
الكورس الثاني

٢٣ دعا ا. محمد ياسين
قسم هندسة تقنيات
البناء والاستشارات
للبيوتكنولوجي

exponential and logarithmic differentiation.

اشتقاق الدوال الأسية و اللوغاريتمية

① مشتقة الدالة الأسية (الأساس الطبيعي e)

المشتقة هي عبارة عن مفهومين:

Ⓐ الخطوة الأولى يتم تنزيل المعادلة كما هي

Ⓑ الخطوة الثانية هي اشتقاق أسد ال e

$$\frac{d}{dx} e^x = e^x$$

and

$$\frac{d}{dx} e^{u(x)} = e^{u(x)} * u'(x)$$

② مشتقة الدالة الأسية ل (الأساس) عدد حقيقي

هو a (حيث $a > 0$) اشتقاق يكون بنفس الخطوات

في القعدة الأولى مع إضافة خطوة ثالث وهي

الضرب في $\ln a$ الأساس أي $\ln a$

$$\frac{d}{dx} a^x = a^x \cdot \ln a$$

and

$$\frac{d}{dx} a^{u(x)} = a^{u(x)} * u'(x) * \ln a$$

(1)

الأساس هو

③ مشتق الدوال اللوغاريتمية (لوغاريتم الطبيعي \ln)
فإن الاشتقاق يكون عبارة عن تقسيم مشتق الدالة
على الدالة الأصلية أي $\frac{u'(x)}{u(x)}$ والدالة تكون مباشرة

بعد \ln :
 $\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$ مشتق $x=1$

and

$$\frac{d}{dx} \ln(u(x)) = \frac{u'(x)}{u(x)}$$

④ مشتق الدوال اللوغاريتمية عندما الأساس يكون
العام وهو \log نفس اشتقاق التفاضل (3)
مع إضافة القيمة على $(\ln a)$ أي \ln
أسس اللوغاريتم

$$\frac{d}{dx} \log_a x = \frac{1}{x \ln a}$$

and

$$\frac{d}{dx} \log_a(u(x)) = \frac{u'(x)}{u(x) \ln a} \quad (2)$$

Some examples

ex 13 Find $\frac{d}{dx}$ for the following functions?

① $f(x) = e^x \Rightarrow e^x = e^{u(x)}$

ans
 $f'(x) = e^x \cdot (1) = e^x$

② $f(x) = 5e^{3x^2 - 7x}$

$f'(x) = 5e^{3x^2 - 7x} \cdot \boxed{6x - 7}$

③ $f(x) = 5^x$

$f'(x) = \cancel{5^x \ln 5} \cdot 5^x \cdot \ln 5$

④ $f(x) = 5^{x^3 - 4x + 1}$

$f'(x) = 5^{x^3 - 4x + 1} \cdot (3x^2 - 4) \cdot \ln 5$

⑤ $f(x) = \ln x$

~~$f(x) = \ln x$~~

$f'(x) = \frac{1}{x}$

$1 = x$

(3)

$$\textcircled{6} \quad f(x) = -2 \ln(x^3 - 4) \quad \left(\frac{u'}{u}\right)$$

$$f'(x) = -2 \left(\frac{3x^2}{x^3 - 4} \right)$$

$$\textcircled{7} \quad f(x) = \log_5 x$$

$$f'(x) = \frac{1}{x \ln 5} \quad \begin{array}{l} \text{قاعدة} \\ x=1 \end{array} \quad \left(\frac{u'}{u \cdot \ln a}\right)$$

$$\textcircled{8} \quad f(x) = -2 \log_5(x^3 - 4) \quad \left(\frac{u'}{u \cdot \ln a}\right)$$

$$f'(x) = -2 \left(\frac{3x^2}{(x^3 - 4) \ln 5} \right)$$

$$\textcircled{9} \quad f(x) = x^3 \cdot e^x \quad \text{قاعدة ضرب دالتين}$$

$$f'(x) = (x^3) \cdot e^x + e^x \cdot 3x^2$$

$$f'(x) = e^x (x^3 + 3x^2)$$

(4)

$$\textcircled{10} \quad f(x) = x + 2^x$$

$$f'(x) = 1 + 2^x \cdot 1 \cdot \ln 2$$

$$f'(x) = 1 + 2^x \cdot \ln 2$$

ex(2) ~~f(x)~~ Find $\frac{d}{dt}$ for the following Functions.

$$\textcircled{1} \quad f(t) = t \cdot 4^{3t}$$

طريقة السنت

$$f'(x) = t \cdot (4^{3t} \cdot 3 \cdot \ln 4) + 4^{3t} \quad *1$$

$$f'(x) = t (4^{3t} \cdot 3 \cdot \ln 4) + 4^{3t}$$

النتيجة
الاولى

$$f'(x) = 4^{3t} + (4^{3t} \cdot 3t \cdot \ln 4)$$

3. Find $\frac{d}{dx}$ for the following Functions.

$$\textcircled{1} \quad f(x) = (1/e)^x$$

$$f(x) = \frac{1^x}{e^x} = \frac{1}{e^x} = e^{-x}$$

$$f'(x) = e^{-x} \cdot -1$$

$$f'(x) = -e^{-x} = -\frac{1}{e^x}$$

(5)

$$\textcircled{2} \quad f(x) = (1/3)^{x^2} \Rightarrow f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}$$

$$f'(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2} \cdot 2x \cdot \ln \frac{1}{3}$$

$$f'(x) = (3^{-1})^{x^2} \cdot 2x \cdot \ln 3^{-1}$$

$$f'(x) = 3^{-x^2} \cdot 2x \cdot -1 \ln 3$$
$$= -3^{-x^2} \cdot 2x \cdot \ln 3$$

$$\textcircled{3} \quad \overbrace{f(x) = 4^{-x^2}}^{\text{---}} \quad (f(x) = 4^{-x^2})$$

$$f'(x) = 4^{-x^2} \cdot -2x \cdot \ln 4$$

$$= -2x \cdot 4^{-x^2} \cdot \ln 4$$

$$= -2x \cdot \frac{\ln 4}{4^{x^2}}$$

$$f'(x) = \frac{-2x \ln 4}{4^{x^2}}$$

(6)