1

ex) 4) Find $\lim_{x\to\infty} \frac{3x^3+5x^2-7}{10x^3-11x+5}$] $\div x^3$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3+\frac{5}{x}-\frac{7}{x^3}}{10+\frac{11}{x^2}+\frac{5}{x^3}} = \frac{3}{10}$$

ex)5/ Find $\lim_{y\to} \frac{\tan 2y}{3y}$ ($\tan 2y = \frac{\sin 2y}{\cos 2y}$ *)

عند الفحوص المباشر لا تعطي ناتج لذلك يجب تبسيط المعادلة

$$\lim_{y\to 0} \frac{\tan 2y}{3y} = \frac{2}{3} \lim_{2y\to 0} \frac{\sin 2y}{2y} \cdot \lim_{y\to 0} \frac{1}{\cos 2y}$$

(2) معوضة بدل (y) 2y ← معوضة بـ (2)

$$\lim_{y\to 0} \frac{\tan 2y}{3y} = \frac{2}{3} \lim_{2y\to 0} \frac{\sin 0}{2*0} \cdot \lim_{y\to 0} \frac{1}{\cos 2*0}$$

$$= \frac{2}{3} * 1 = \frac{2}{3}$$

Continuity الاستمرارية

① Continuity at an interior point
الاستمرارية عند النقطة الداخلية

الدالة
Function $y = f(x)$ is continuous مستمرة
at interior point c في نقطة داخلية if إذا

$$\lim_{x \to c} f(x) = f(c)$$

② Continuity at an endPoint
الاستمرارية في نقطة النهاية

(A) at left Point في نقطة يسار

الدالة مستمرة اذا

$$\lim_{x \to a^+} f(x) = f(a)$$

(B) at right end Point في نقطة اليمين

الدالة مستمرة اذا

$$\lim_{x \to b^-} f(x) = f(b).$$

Ex)1 Test continuity for the following function:

$$f(x)=\begin{cases} x^2-1 & -1\le x<0 \\ 2x & 0\le x<1 \\ 1 & x=1 \\ -2x+4 & 1<x\le 2 \\ 0 & 2\le x\le 3 \end{cases}$$

Sol) we test the continuity at (mid points) $x=0,1,2$ and end points $x=1,3$.

① At $x=0 \Rightarrow f(0)=2x$

$$f(0)=2*0=0$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=x^2-1$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0}(x^2-1)=-1$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0} 2x=0 \neq \lim_{x\to 0} f(x) \to -1$$

$-1\neq 0$, $\lim_{x\to 0} f(x)$ does not exist

Hence the function discontinuous at $x=0$

At $\boxed{X=1}$

$f(1) = 1$

$\lim_{x \to 1} f(1) = \lim_{x \to 1} (1) = 1$

$\lim_{x \to 1} f(x) = \lim_{x \to 1} 2x = 2$

$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1} (-2x + 4)$

$= \lim_{x \to 1} (-2*1 + 4) = 2$

Since $\lim_{x \to 1} f(x) \neq f(1)$

$\lim_{x \to 1} f(x) \neq f(c)$

Hence the function is discontinuous at $\boxed{X=1}$

لذلك

$\lim_{x \to 1} f(x)$ يقيم الدالة عندما تقيم $f(x)$ اقرب من (1)

$\lim_{x \to 1} f(x)$ تقيم الدالة عندما تقيم $f(x)$ اكبر من (1)

At $X = 2$

$f(2) = -2x + 4 \Rightarrow f(2) = -2*2 + 4 = 0$

$\lim_{x \to 2} f(x) = \lim_{x \to 2} (-2x + 4) = 0$

$\lim_{x \to 2} f(x) = \lim_{x \to 2} 0 = 0 = \lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2} f(x)$

Since $\lim_{x \to 2} f(x) = f(2) = 0$

Hence the function is $\boxed{\text{Continuous}}$ at $\boxed{X=2}$

2021/2/13 03:09

At $x=-1$

$f(-1) = x^2-1$

$f(-1) = 1-1 = 0$

$\lim_{x\to -1^+} f(x) = \lim_{x\to -1} (x^2-1) = 0 = f(-1)$

Hence, the function is continuous at $x=-1$

At $x=3$

$f(3)=0$

$\lim_{x\to 3} f(x) = \lim_{x\to 3} 0 = 0 = f(3)$

Hence the function is continuous at $x=3$

ex)2 what value should be assigned to (a) to make the function:

$$f(x) \begin{cases} x^2-1 & x<3 \\ 2ax & x\geq 3 \end{cases}$$ continuous at $x=3$?

$\lim_{x\to 3^+} f(x) = \lim_{x\to 3^-} f(x) \Rightarrow$

$\lim_{x\to 3} (x^2-1) = \lim_{x\to 3} (2ax)$

$9-1 = 6a$

$8 = 6a \Rightarrow a = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \Rightarrow$ **$a = \frac{4}{3}$**

2021/2/13 03:

6

(Chapter two) الوحدة الثانية / الفصل الثاني

Exponential and logarithm Functions الدوال الأسية واللوغاريتمية

① Exponential Functions الدوال الأسية

نتعرف الدوال الأسية بالمعادلة التالية

$y = a^x$ ← متغير (الأساس) ← ثابت (0, 1)

إذا كان a عدد موجب و x أي رقم إذن

x رقم غير محدد ⇒ domain $-\infty < x < \infty$

(لأن a عدد موجب) range : $y > 0$

* بعض الخواص للدوال الأسية :-

① If $a > 0 \rightarrow a^x > 0$

② $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ ⇒ * عند الضرب نجمع الأسس

③ $a^x / a^y = a^{x-y}$ * عند القسمة نطرح الأسس

④ $(a^x)^y = a^{xy}$ → * عند الرفع نضرب الأسس

(7)

(5) $(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$ (يوزع الاس على داخل القوس)

(6) $a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x} = (\sqrt[y]{a})^x$

(7) $a^{-x} = 1/a^x$ and $x^y = 1/a^{-x}$
عند رفع المقام لبسط تغلب أشارة الاس

(8) $a^x = a^y \Rightarrow x = y$

(9) $a^0 = 1$
اي رقم مرفوع لأس صفر = 1

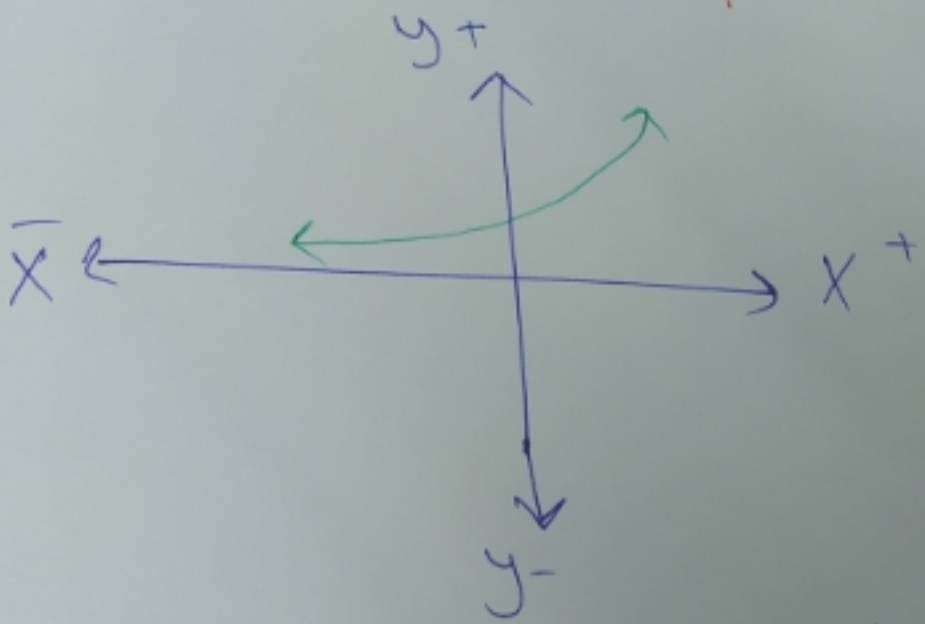
$a^{\infty} = \infty$
$a^{-\infty} = 0$
⇒ where $a > 1$
a عدد موجب

$a^{\infty} = 0$
$a^{-\infty} = \infty$
⇒ where $a < 1$
عندما a تكون سالبة

The graph of the exponential function

$y = a^x$ is

رسم الدالة الأسية



م.ن. دعاء أحمد ياسين العامري