Application of exponential and logarithm functions :

We take Newton's law of cooling :
$$T - T_S = (T_0 - T_S) \, e^{t\,k}$$
> where T is the temperature of the object at time t.
> T_S is the surrounding temperature .
> T_0 is the initial temperature of the object .
> k is a constant .

EX-1- The temperature of an ingot of metal is *80 °C* and the room temperature is *20 °C* . After twenty minutes, it was *70 °C* .

a) What is the temperature will the metal be after *30* minutes?
b) What is the temperature will the metal be after two hours?
c) When will the metal be *30 °C?*

Sol. :

$$T - T_s = (T_0 - T_s)e^{tk} \Rightarrow 50 = 60e^{20k} \Rightarrow k = \frac{\ln 5 - \ln 6}{20} = -0.0091$$

a) $\quad T - 20 = 60e^{30(-0.0091)} = 60 * 0.761 = 45.6\ °C \Rightarrow T = 65.6\ °C$

b) $\quad T - T_s = 60e^{120(-0.0091)} = 60 * 0.335 = 20.1\ °C \Rightarrow T = 40.1\ °C$

c) $\quad 10 = 60e^{-0.0091\,t} \Rightarrow -0.0091\,t = -\ln 6 \Rightarrow t = 3.3\ hrs.$

🐟 (1) (Chapter two)

Functions (الدوال) لوغاريتمية أسية

EXponential and logarithm Functions

① EXponential Functions الدوال الأسية

لنعرف الدوال الأسية بإعداد لها, تالية

$$y = \boxed{a}^x \longrightarrow f(0) \longleftarrow \text{()}$$

اذا كان $\boxed{a}$ عدد موجب و $\boxed{x}$ اي رقم اذن

X رقم غير محدد $\longrightarrow$ domain $-\infty < x < \infty$

$\boxed{a}$ لأن عدد موجب $\longrightarrow$ rang : $y > 0$

✱ بعض الخواص للدوال الأسية:-

① If $a > 0 \longrightarrow a^x > 0$

② $a^x . a^y = a^{x+y}$ $\Longrightarrow$ ✱ هذا الذي يجمع أسس

③ $a^x / a^y = a^{x-y}$ ✱ هنا القسمة تطرح أسس

④ $(a^x)^y = a^{xy}$ $\longrightarrow$ ✱ هنا الرقم يضرب أسس

(يوزع الاس على داخل القوس)

⑤ $(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$

⑥ $a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x} = (\sqrt[y]{a})^x$

⑦ $a^{-x} = 1/a^x$ and $x^a = 1/a^{-x}$

عند رفع المقام البسط تقلب أشارة الاس

⑧ $a^x = a^y \implies x = y$

⑨ $a^0 = 1$

اي رقم مرفوع لاس صفر $= 1$

$a^\infty = \infty$

$a^{-\infty} = 0$ $\longrightarrow$ where $a > 1$

تعني ⓐ عدد موجب

$a^\infty = 0$

$a^{-\infty} = \infty$ $\longrightarrow$ Where $a < 1$

عندما تكون ⓐ سالبة

The graph of the exponential function

$$ \boxed{y = a^x} \text{ is} $$

ممثل بيانياً رسمياً

Y^+

$\bar{X}$ ⟵ —— ⟶ X^+

Y^-

٢.٢.٠ هكذا أكتب أمثلة بسيطة لنفسها
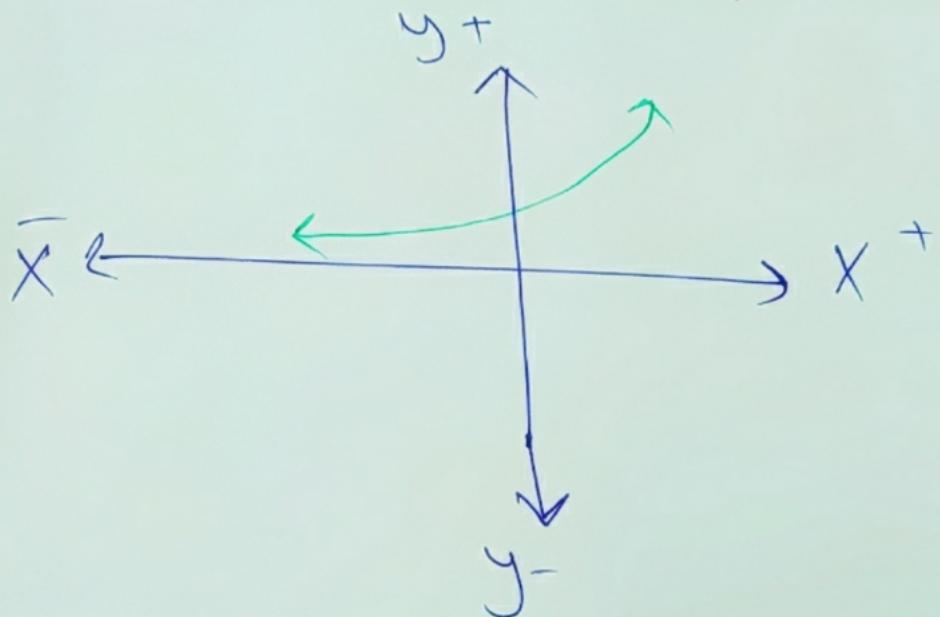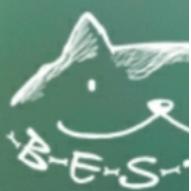
logarithm function

اعداد = اللوغارتيمية

$$y = \ln X \qquad X > 0$$

$$\updownarrow$$

$$y = \log_a X$$

Properties of logarithm function

① $y = a^x \implies X = \log_a y$

and $= y = e^x$

$$X = \ln y$$

② $\log e^x = \ln X.$

③ $\log_a X = \ln X / \ln a$

④ $\ln(X \cdot y) = \ln X + \ln y$

⑤ $\ln(X/y) = \ln X - \ln y.$

⑥ $\ln X^n = n \cdot \ln X.$

⑦ $\ln e = \log_a^a = 1$ and $\ln 1 = \log_a 1 = 0$

⑧ $a^x = e^{x \cdot \ln a}$

⑨ $e^{\ln x} = x$

The graph of the function

$$y = \ln x$$