ساقولي من النقطة K حتى يتقاطع مع المستقيم e'f' . نقطة التقاطع هذه تمثل المسقط الأمامي K' للنقطة K ، وهو المطلوب .

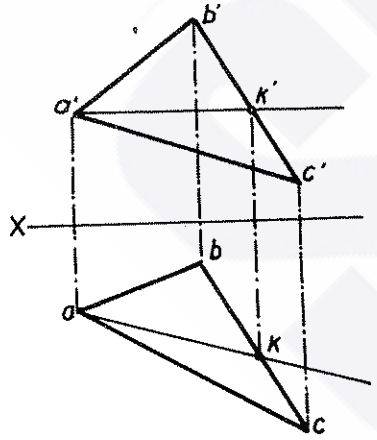
V – ٧– المستقيمات الخاصة في المستوي :

هنالك بعض الأوضاع الخاصة بالمستقيمات التي تقع في المستوي وتأخذ تسميات محددة ، وهي : أفق المستوي وجبهة المستوي ، وجانب المستوي في حالة التعبير الاسقاطي الثلاثي ، وخط الميل الأكبر .

V –٧–١– أفق المستوي :

هو المستقيم الأفقي (الموازي لمستوي الاسقاط الأفقي H) الذي يقع في المستوي المعني .

مثال ١ :



شكل رقم (١٢١)

ارسم أفق المستوي المحدد بالمثلث ABC والمار من أحد رؤوسه .

الحل : ان المستقيم المطلوب هو مستقيم موازٍ لمستوي الاسقاط الأفقي H ولهذا يكون مسقطه الأمامي موازيا لخط الأرض (في الاسقاط الشامل يكون مستقيما أفقيا) . ولرسم هذا المسقط يكفينا أن نفرق نقطة واحدة من نقاطه،الا أننا نحتاج عند رسم المسقط الأفقي الى نقطتين على الأقل ، تحددان وضعه الفراغي. ولذلك لايمكننا أن نرسم المسقط الأمامي لهذا المستقيم من النقطة B أو من النقطة C (الشكل ١٢١) . والسؤال المطروح هنا : لماذا ؟ . وعلى ذلك

نرسم هذا المسقط من النقطة 'a موازيا لخط الأرض ، فيقطع الضلع 'b'c في النقطة 'k ، وحتى تكون النقطة K احدى نقاط المستوي المحدد بالمثلث ABC لابد أن يقع مسقطها الأفقي على المسقط الأفقي للمستقيم BC ولهذا ننزل عمودا من 'k على خط الأرض ونمده حتى يتقاطع مع bc ، وتُعد نقطة التقاطع هذه المسقط الأفقي K وحين نصل 'a'k بـ ak نحصل على مسقطي أفق المستوي الأمامي والأفقي ٠

مثال ٢ :

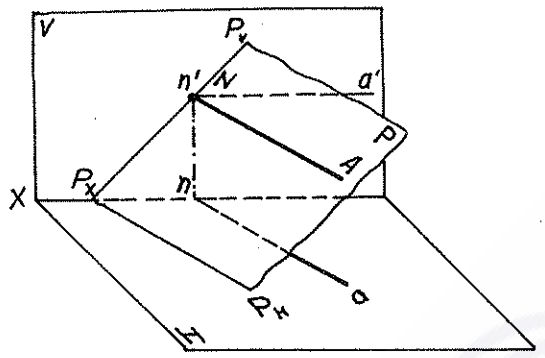
ارسم مستقيما يمثل أفق المستوي المحدد بآثاره ٠

الحل :

لما كان التطابق حالة خاصة من التوازي ، يمكننا أن نعد أن أثر المستوي الأفقي هو أفق هذا المستوي ، لأنه أحد المستقيمات الواقعة في المستوي وفي الوقت نفسه يوازي (ينطبق على) مستوي الاسقاط الأفقي ٠ ولذلك نجد أن أي أفق آخر للمستوي لابد أن يوازي هذا الأثر (الشكل ١٢٢)، ولهذا يكفي ايجاد نقطة ما على المستوي لرسم مثل هذا الأفق ٠

وبالنسبة للتعبير الاسقاطي المستوي نرى أن المسقط الأفقي لأي مستوي لابد أن يوازي الأثر الأفقي ، أما المسقط الأمامي فهو يوازي خط الأرض ٠ الأثر الأمامي للمستوي مستقيم واقع عليه ، ولهذا نجد أن أية نقطة واقعة على هذا الأثر تمثل نقطة واقعة على المستوي ٠ ولذلك نأخذ النقطة N الواقعة على الأثر الأمامي للمستوي (والمنطبقة على مسقطها الأمامي 'n) ، ونوجد مسقطها الأفقي n ، وهو نقطة تقاطع خط الأرض OX مع العمود المقام من 'n عليه ٠ ومن n نرسم مستقيما موازيا للأثر الأفقي

فنجد أنه يمثل المسقط الأفقي لأفق المستوي ومن النقطة n' نرسم مستقيما موازيا لخط الأرض فيمثل مسقطه الأمامي.

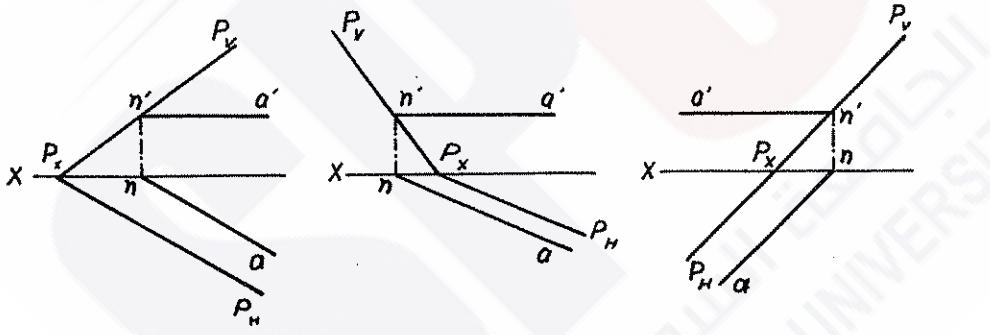


شكل رقم (١٢٢)

في الشكل (١٢٣) نجد أن لدينا ثلاثة مستويات في أوضاع فراغية مختلفة تحددها اثارها ويتوضح منها أفق المستوي NA من خلال مسقطيه الأفقي na والأمامي n'a' .

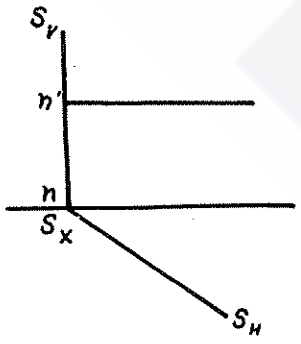
في الشكل (١٢٤) نجد أن لدينا

مثالا لرسم أفق المستوي لمستوي اسقاطي أفقي ، وفي هذه الحالة المسقط



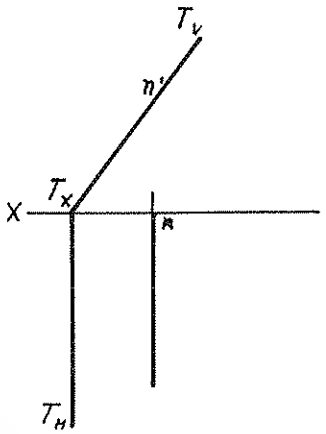
شكل رقم (١٢٣)

الأفقي لأفق المستوي ينطبق على الأثر الأفقي للمستوي نفسه ، ولهذا يكفي أن نرسم من النقطة n' مستقيما موازيالخط الأرض يمثل المسقط الأمامي لأفق المستوي .



شكل رقم (١٢٤)

وفي الشكل (١٢٥) نجد أن لدينا مثالا لرسم مسقطي أفق المستوي لمستو اسقاطي أمامي وفي هذه الحالة يكون الأثر الأفقي للمستوي عموديا على خط

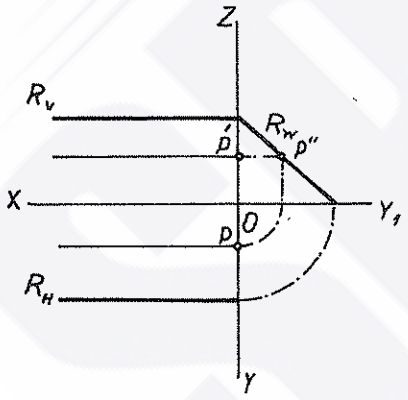


شكل رقم (١٢٥)

الأرض ، وبالتالي يكون المسقط الافقي لأفق المستوي عموديا أيضا على خط الأرض • وأما مسقطه الأمامي فسيكون نقطة منطبقة على الأثر الأمامي للمستوي،وهذايعني أنه يكفي أن نحددمع موقع 'n ثم نوجد n ومنهانرى ان نرسم عمود على خط الأرض يمثل المسقط الأفقي لأفق المستوي •

في حالة المستوي الاسقاطي الجانبي يُرسَم أفق المستوي باحدى طريقتين:

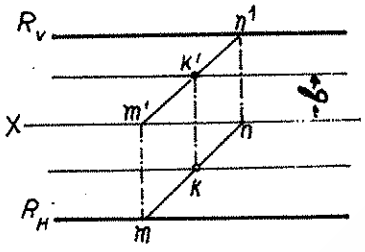
الأولى باستخدام التعبير الاسقاطي الثلاثي (الشكل ١٢٦) وفي هذه الحالة يمثل المسقط الجانبي لأفق المستوي نقطة منطبقة على أثره الجانبي الواقع على الأثر الجانبي للمستوي • ولذا يكفي تحديد أثر أفق المستوي"P ثم ايجاد 'P و P على محوري OZ و OY ، ومنهما نرسم مستقيمين موازيين لخط الأرض يمثلان على التوالي المسقط الأمامي والمسقط الأفقي لأفق المستوي •



شكل رقم (١٢٦)

وفي الحالة الثانية (الشكل ١٢٧) نستخدم التعبير الاسقاطي الثنائي ، وهنا لابد (على افتراض أن أفق المستوي يبعد عن مستوي الاسقاط الأفقي مسافة b) من اللجوء الى ايجاد مستقيم مساعد واقع في المستوي المعني ، وليكن المستقيم MN ، فبعد أن نحدد مسقطيه الأمامي والأفقي ، نرسم على

بُعد b فوق خط الأرض مستقيما موازيا له يمثل المسقط الأمامي لأفق المستوي. هذا المستقيم يقطع المسقط 'm'n في النقطة 'k ولما كان المستقيمان واقعين في مستو واحد ، فان هذه النقطة 'k تمثل المسقط الأمامي لنقطة تقاطعهما ، ولهذا نوجد مسقطها الأفقي k على المسقط الأفقي mn . من هذه النقطة نرسم مستقيما موازيا لخط الأرض يمثل المسقط الأفقي لأفق المستوي .



شكل رقم (١٢٧)

V ـ٧ـ٢ـ جبهة المستوي :

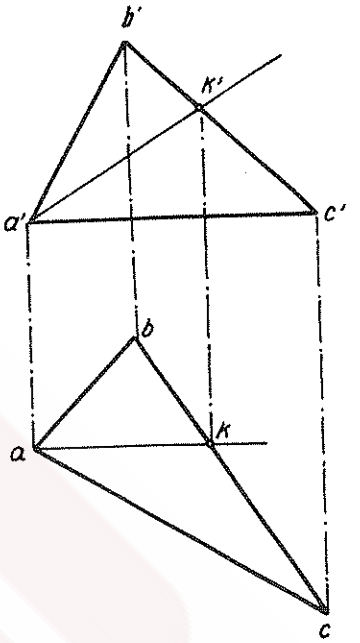
يسمى المستقيم الأمامي (المستقيم الموازي لمستوي الاسقاط الأمامي V) الذي يقع في المستوي المعني بـ (جبهة المستوي) .

يحدد الوضع الاسقاطي المستوي لمثل هذا المستقيم بطريقة تشبه الطريقة المتبعة في تحديد أفق المستوي مع فارق واحد هو أن المسقط الأفقي لجبهة المستوي يوازي خط الأرض . وعلى هذا الأساس نكتفي بمثل واحد لتحديد مثل هذا المستقيم : فاذا فرضنا أن لدينا مستويا محددا بالمثلث ABC فان المطلوب أن نرسم جبهة المستوي المار من رأس المثلث A (الشكل ١٢٨) .

لحل هذه المسألة يكفينا أن نرسم مستقيما أفقيا من النقطة a ، فيقطع الضلع bc في النقطة K (لأن المستقيمين واقعان في مستو واحد) وتمثل هذه النقطة المسقط الأفقي لنقطة تقاطعهما وفي الوقت نفسه تمثل

النقطة الثانية من نقاط المستقيم المطلوب .

نقيم من K مستقيما شاقوليا فيقطع b'c' في النقطة K' المسقط الأمامي لنقطة تقاطع المستقيمين وبالتالي تكون المسقط الأمامي للنقطة الثانية من نقاط جبهة المستوي ، ثم نصل a' بـ K' ، فنحصل على المسقط الأمامي لجبهة المستوي a'k' وقبلها كنا قد حصلنا على مسقطه الأفقي ak .

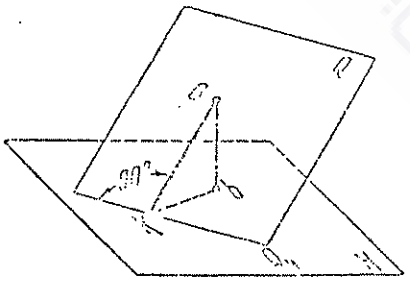


شكل رقم (١٢٨)

٧ ـ٧ـ٣ـ خط الميل الأكبر :

يسمى المستقيم الذي يقع في المستوي ، ويعامد أفقه (بما في ذلك أثره الأفقي) بخط الميل الأكبر .

حسب قاعدة اسقاط الزاوية القائمة نرى أن المسقط الأفقي لمستقيم الميل الأكبر يعامد المسقط الأفقي لأفق المستوي . أما مسقطه الأمامي فقد يأخذ أي وضع كيفي حسب وضع المستوي بالنسبة لمستويات الاسقاط . ولهذا يحدد على الأغلب مسقطه الأفقي أولا ثم مسقطه الأمامي . الشكل (١٢٩) يمثل المستقيم BK الميل الأكبر

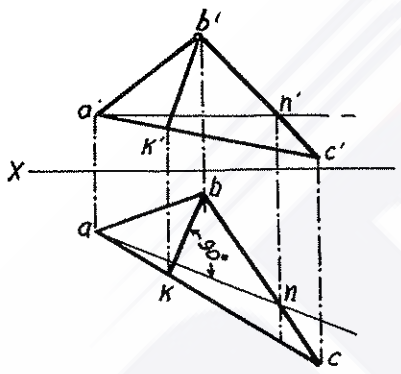


شكل رقم (١٢٩)

للمستوي Q • ولذلك يكون $BK \quad Q_h$ • ولما كان bK عموديا أيضا على Q_h فان الزاوية BKb < تمثل زاوية خطية ثنائية الحدود تكون من المستويين Q و H • ولهذا يمكن أن نستخدم مستقيم الميل الأكبر للمستوي في تحديد زاوية ميل هذا المستوي بالنسبة لمستوي الاسقاط الأفقي H •

مثال ١ :

ارسم من خلال التعبير الاسقاطي المستوي مستقيم الميل الأكبر للمستوي المحدد بالمثلث ABC والمار من الرأس B •



شكل رقم (١٣٠)

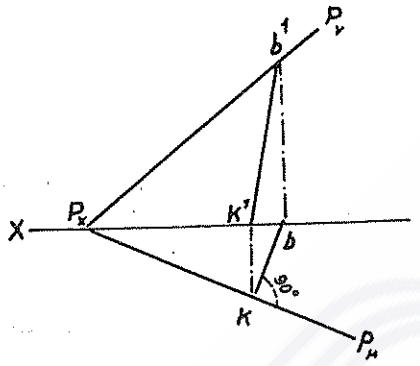
الحل :

مستقيم الميل الأكبر عمودي على أفق المستقيم ولذلك نقوم بتحديد مسقطي أفق المستقيم المار من الرأس A بنفس الطريقة المذكورة سابقا ، وبعد ذلك نجد حسب قاعدة مساقط الزاوية القائمة أن المسقط الأفقي للميل الأكبر يعامد المسقط الأفقي لأفق المستوي الذي يوازي مستوي الاسقاط الأفقي • ولذلك نرسم من النقطة b عمودا على an ، فيقطع ac في نقطة k ، وبهذا نحصل على المسقط الأفقي bk للميل الأكبر للمستوي ، وبتحديد k' على a'c' وتوصيل b'k' نحصل على مسقطه الأمامي (الشكل ١٣٠) •

مثال ٢ :

ارسم من خلال التعبير الاسقاطي المستوي مستقيم الميل الأكبر للمستوي P المحدد بأثريه •

الحـــل :



شكل رقم (١٣١)

حسب قاعدة الزاوية القائمة يكون المسقط الأفقي للميل الأكبر عموديـــا على المسقط الأفقي لأفق المستوي.ولمـا كان الأثر الأفقي للمستوي يمثل أيضـــا أفقا للمستوي منطبقا على مسقطـــه الأفقي ، فان المسقط الأفقي للميـــل الأكبرللمستوي يكون عموديا على الأثـر الأفقي للمستوي P_h . ولهذا نختار نقطة ـ ولتكن K ـ من الأثر الأفقـــي P_h (الشكل ١٣١) ونقيم منها عمودا عليه حتى يقطع خط الأرض في نقطـة b فنحصل على المسقط الأفقي kb للميل الأكبر . واذا كانت النقطـــة K تقع على الأثر الأفقي فان المسقط الأمامي k' يقع على خط الأرض . وحتـــى تكون النقطة B واقعة في المستوي يجب أن يقع مسقطها الأمامي على الأثـــر الأمامي للمستوي ، ولهذا نقيم من b عمودا على خط الأرض حتى يقطـع P_v في النقطة b' التي تمثل المسقط الأمامي للنقطة B ، ثم نصل b' بـ k' فنحصل على المسقط الأمامي للميل الأكبر KB للمستوي P .

٧ ـ ٨ ـ العلاقة بين العناصر الهندسية الواقعة في المستوي وآثاره :

ان الدراسة السابقة توضح لنا أن هنالك مجموعة من العلاقات بيـــن العناصر الهندسية الواقعة في المستوي وآثاره ويمكن أن تلخص هذه العلاقـات بمايلي :

١ـ ان أية نقطة واقعة على أي أثر للمستوي تقع في المستوي نفسه .

٢ـ يكون المستقيم واقعا في مستو اذا وقعت آثاره على آثار المستوي المتماثلة ٠

٣ـ ان أفق المستوي وأثره الأفقي مستقيمان متوازيان ولذلك يكون المسقط الأفقي لأفق المستوي يوازي أثره الأفقي أو ينطبق عليه ٠

٤ـ ان جبهة المستوي وأثره الأمامي مستقيمان متوازيان ، ولهذا يكون المسقط الأمامي لجبهة المستوي يوازي أثره الأمامي أو ينطبق عليه ٠

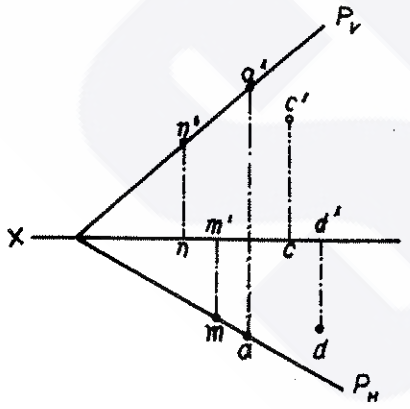
٥ـ ان خط الميل الأكبر ومسقطه الأفقي عموديان على الأثر الأفقي للمستوي ٠

وفي ضوء هذه العلاقات يمكن أن نحل كثيرا من المسائل المتعلقة بهذه العناصر الهندسية ٠

مثـــال ١ :

هل تقع النقاط N و M و A و C و D (الشكل ١٣٢) في المستوي P المحدد بأثريه ؟

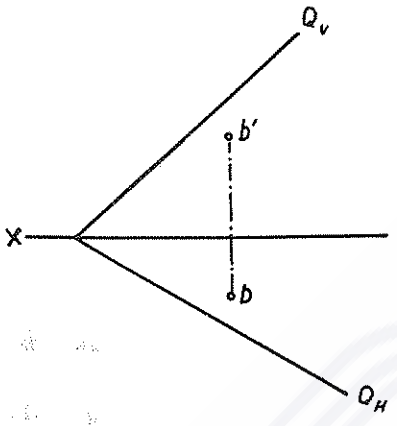
الحـــل : مما ذكرنا سابقا نجد أن النقطة الواقعة على أثر المستوي تقع فيه٠ وعندما تقع النقطة على أثر المستوي يتطابق مسقطها المماثل معها ، ويقع مسقطها الآخر على خط الأرض ، لأنهما (النقطة والأثر) ينتميان من جهة أخرى الى مستوي الاسقاط المعني ٠ ولذلك نجد من خلال الشكل أن النقطتين N و M واقعتان في المستوي ، وان النقطتين C و D خارجتان عنه ، وأن النقطة A ـ على الرغم من أن مسقطيها واقعان (ظاهريا) على أثري المستوي ـ تخرج



شكل رقم (١٣٢)

عنه وتقع على أبعاد تساوي أبعاد نقاط أثريه المتطابقة مع مسقطيها عن خط الأرض . وأما النقطة B ، (الشكل ١٣٣) فهي تتطلب التحقق من انتمائها الى المستوي Q ، ويتم ذلك برسم مستقيم مساعد ينتمي الى هذا المستوي.

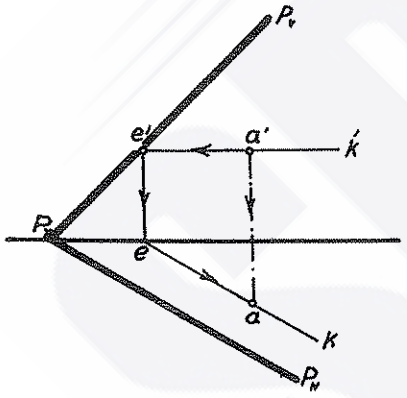
حاول أن تثبت ذلك بنفسك .



شكل رقم (١٣٣)

مثـــال ٢ :

حدد المسقط الأفقي للنقطة A الواقعة في المستوي P المحدد بأثريه (الشكل (١٣٤) اذا كان مسقطها الأمامي a' معلوما .

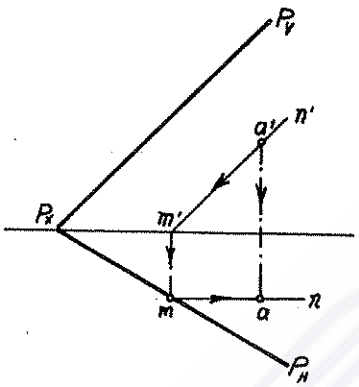


شكل رقم (١٣٤)

الحـــل :

اذا أخذنا مستقيما واقعا في المستوي مارا من النقطة A فان مساقط هذه النقطة تقع على مساقط المستقيم التي تماثلها . ولذلك نمرر منها أفقا للمستوي ، فيكون بذلك مسقطه الأمامي k'e' مستقيما موازيا لخط الأرض ومارا من المسقط الأمامي a' للنقطة A ، بينما تمثل النقطة e' أثره الأمامي الذي يقع على الأثر الأمامي P_v للمستوي . نوجد المسقط الأفقي e على خط الأرض ، وتكون النقطة e احدى نقاط المسقط الأفقي لأفق المستوي KE الذي يكون موازيا للأثر الأفقي للمستوي P_h . وبعد أن نرسم المسقط ek ننزل عمودا من a' على خط

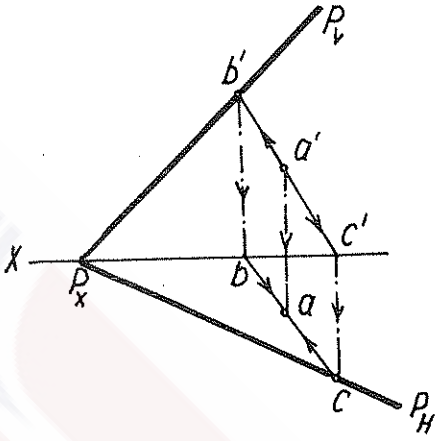
الأرض ونمده حتى يقطع ek في النقطة المطلوبة a ، أي المسقط الأفقي للنقطة A .



شكل رقم (١٣٥)

الشكل (١٣٥) يوضح طريقة حل المثال نفسه وذلك باستخدام جبهة المستوي المار من النقطة A بدلا من أفقه . فالمسقط الأمامي لجبهة المستوي يكون مستقيما موازيا لأثر المستوي الأمامي P_V . ولما كانت احدى نقاطه معروفة ، وهي a' ، فاننا نستطيع أن نرسم n'm' المار من a' والموازي للأثر الأمامي P_V' . نقطة m' تمثل المسقط الأمامي لأثر جبهة المستوي الأفقي ، ولذلك نقيم من m' عمودا على خط الأرض ، فيقطع الأثر الأفقي P_h في النقطة m التي تمثل الأثر الأفقي لجبهة المستوي MN وبالتالي تعد احدى نقاط مسقطه الأفقي ولذلك نرسم من m مستقيما موازيا لخط الأرض mn يمثل المسقط الأفقي لجبهة المستوي MN . ولما كانت النقطة A واقعة على MN فان مسقطها الأفقي a يقع على مسقطه الأفقي mn . وبناء على ذلك نرسم من النقطة a' عمودا على خط الأرض ونمده حتى يتقاطع مع mn ، فيحدد بذلك المسقط الأفقي a المطلوب للنقطة A . بالاضافة الى النقطتين السابقتين يمكن أن نحل هذه المسألة باستخدام مستقيم واقع في المستوي , يمر في حالته العامة من النقطة A ، كما هو واضح في الشكل (١٣٦) ومما ذكرناه نعلم أن أثر المستقيم الواقع في المستوي ينطبق على أثر نفس المستوي الذي يناظره ، ولذلك نرسم من

النقطة a' مستقيما في وضعية كيفية b' c' ، نقطة b' تمثل الأثر الأمامي للمستقيم وهي واقعة على P_v ، وتمثل النقطة c' المسقط الأمامي للأثر الأفقي للمستقيم ، ولهذا نقيم منها عمودا على خط الأرض يتقاطع مع P_h في النقطة c التي تمثل أثر المستقيم الأفقي واحدى نقاط مسقطه الأفقي ، وبالطريقة نفسها نوجد b المسقط الأفقي لأثر المستقيم الأمامي واحدى نقاط مسقطه الأفقي نوصل النقطتين فنحصل على المسقط الأفقي bc الذي يجب أن تقع عليه النقطة a التي تمثل المسقط الأفقي للنقطة A . ولهذا من a' نقيم عمودا على خط الأرض حتى يقطع P_h في النقطة المطلوبة a .



شكل رقم (١٣٦)

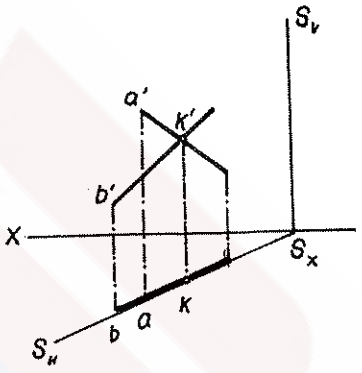
مثـــال ٣ :

ارُسم آثار المستوي المحدد بالمستقيمين المتقاطعين A K و B K الموضحين في التعبير الاسقاطي المستوي (الشكل ١٣٧) .

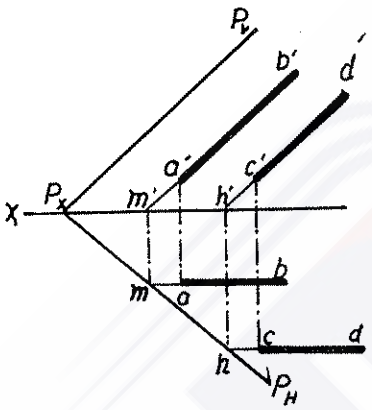
الحـــل :

لما كانت المساقط الأفقية للمستقيمين a k و b k متطابقة فان المستوي الاسقاطي الأفقي يكون مشتركا لكليهما وهذا يعني أنهما واقعان في هذا المستوي . وبناء على ذلك تنطبق مساقطهما الأفقية المتطابقة على الأثر الأفقي للمستوي ، ولذلك نرسم من المقطع bak الأثر الأفقي S_h ، فيقطع

خط الأرض في S_x . ولما كان المستوي المعني هو مستو اسقاطي أفقي فـــان أثره عمودي على خط الأرض . ثم نرسم S_x مستقيما عموديا على خط الأرض ، فنحصل بذلك على الأثر الأمامي S_h للمستوي المحدد بالمستقيمين AK و BK المتقاطعين .



شكل رقم (١٣٧)



شكل رقم (١٣٨)

مثـــال ٤ :

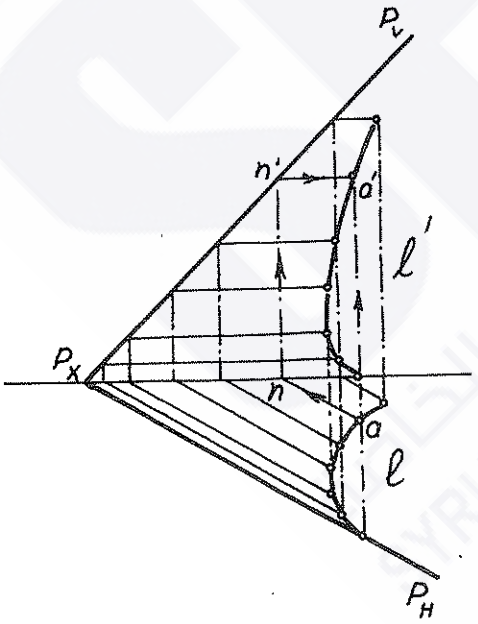
عين آثار المستوي المحدد بالمستقيمين المتوازيين AB و CD اللذين تعبر عنهما مساقطهما في التعبير الاسقاطي المستوي (الشكل ١٣٨) .

الحـــل :

من خلال هذا الشكل يتضح لنا أن المستقيمين المتوازيين AB و CD هما مستقيمان أماميان ولهذا يكون الأثر الأمامي للمستوي الذي ينتمي اليـــه المستقيمان موازيا لمسقطيهما الأماميين . ولذلك نحدد الأثر الأفقي للمستوي أولا ، ولأجل ذلك نحدد الأثرين الأفقيين للمستقيمين ، بمد مسقطيهمـــــا الأماميين حتى يتقاطعا مع خط الأرض في النقطتين m' و h' اللتين تمثلان المسقطين الأماميين لأثري المستقيمين الأفقيين . نقيم من النقطتيـــن m'

و h' أعمدة التداعي على خط الأرض حتى يتقاطعا مع المساقط الأفقيـــة أو امتداداتها ، فنحصل على أثري المستقيمين الأفقيين m و h .

ولما كان المستقيمان واقعين في المستوي فان أثريهما يقعان على أثـر المستوي الذي يناظرهما ، وهذا يعني أن النقطتين m و h تنتميان الـــى الأثر الأفقي للمستوي . نمرر من النقطتين الأثر الأفقي P_h ، فيقطع خـــط الأرض في النقطة P_x التي تمثل نقطة التقاء الأثرين الأفقي والأمامي (بتعبير أدق نقول : تمثل النقطة المشتركة بين الفصول المشتركة للمستويات الثلاثـة المتقاطعة ،وهي المستوي المعني ومستويا الاسقاط الأمامي والأفقي) . ولمـــا كان اتجاه الأثر الأمامي معروفا نرسم من النقطة P_x مستقيما موازيـــــا للمستقيمين a'b' و c'd' فنحصل منه على الأثر الأمامي P_v للمستـــــوي المعني .



شكل رقم (١٣٩)

مثـــال ٥ :

أوجد المسقط الأمامي للمنحني المستوي L الواقع في المســـتوي P المحدد بأثريه اذا عرف مسقطه الأفقي ℓ (الشكل ١٣٩) .

الحـــل :

لما كان تحديد الخط المنحني لايتحقق بنقطتين ــ كما هو الحال في الخط المستقيم ــ بل يحتاج الى نقاط أكثر ، تؤخذ مجموعة من النقاط التي تقع على المنحني وتحدد مساره مـــن خلال مساقطها الأفقية ، نوجد مساقطها الأمامية حين نرسم مستقيمـــات

واقعة في المستوي من هذه النقاط ، ولذلك تمر مساقطها الأفقية من المساقط الأفقية لهذه النقاط ، مثلا : المسقط الأفقي an المار من المسقط الأفقي a للنقطة A احدى نقاط المنحني L ، ثم نوجد الأثر الأمامي 'n لهذا المستقيم ، ومنه نرسم مسقطه الأمامي 'n'a الموازي لخط الأرض ومن المسقط الأفقي a نقيم عمودا على خط الأرض فيتقاطع مع 'n'a في النقطة 'a التي تمثل المسقط الأمامي للنقطة A . وهكذا تحدد بقية المساقط الأمامية لنقاط المنحني المختارة الأخرى ، كما هو اضح من الشكل (١٣٩) وبتعيين هذه النقاط نحدد مسار المسقط الأمامي 'L للمنحني L الواقع في المستوي P .