الجامعة السورية الخاصة
SYRIAN PRIVATE UNIVERSITY

كلية هندسة البترول
Faculty of petroleum engineering

الهندسة الوصفية

استاذ المقرر
د. مفيد العفيف

العام الدراسي 2017 – 2018

مفاهيم هندسية عامة :

I ـ١ـ١ـ العناصر الأولية في الهندسة الوصفية :

تمثل النقطة المادية العنصر الأساسي المستخدم في الهندسة الوصفية ، ويمكننا ضمن تراكم معين للنقطة المادية أن نحصل على المستقيم والمستوي اللذان يمثلان العنصرين الهندسيين الأساسيين الآخرين في دراسة الهندسة الوصفية،ويمكن أن توجد هذه العناصرالثلاثية وتدرس بشكل منفصل أومنفرد أو بازدواجات مختلفة مع بعضهابعضا،فتكوّن أوضاعاوأشكالانسبية مختلفة،أهمها :

آ ـ نقطة مع نقطية : تكونان منطبقتين أو تحددان مستقيما .

ب ـ نقطة مع مستقيم : النقطة تنطبق على المستقيم أو تشكل معه مستويا .

جـ ـ نقطة مع مستو:النقطة تنطبق على المستوي أوهي نقطة كيفية خارجة عنه في الفراغ .

د ـ مستقيم مع مستقيم : يكونان متوازيين أو متقاطعين أو متخالفين .

هـ ـ مستقيم مع مستو : اما أن يكون المستقيم موازيا للمستوي،واماأن يكون واقعا عليه أو متقاطعا معه (يخترقه في نقطة) .

و ـ مستو مع مستو : يكونان متوازيين أو متقاطعين بمستقيم .

ويمكن للعناصر المتقاطعة أن تكون متعامدة (وهي حالة خاصة من التقاطع) أو تكون متقاطعة بزوايا مختلفة (ماعدا الزوايا : صفر°، ٨٠°ف و ٣٦٠°) .

I ـ١ـ٢ـ الحصول على العناصر الهندسية الاولية :

يمكن أن نحصل على العناصر الهندسية الأولية في الهندسة الوصفية من خلال احدى الطريقتين التاليتين :

أولا ـ طريقة الانشاء :

آ ـ يمكن انشاء **مستقيم** من نقطتين غير متطابقتين ·

ب ـ يمكن انشاء **مستو** من ثلاث نقاط غير واقعة على استقامة واحدة ·

ج ـ يمكن انشاء **مستو** من نقطة ومستقيم غير متطابقين ·

د ـ يمكن انشاء **مستو** من مستقيمين متوازيين او متقاطعين ·

ثانيا ـ طريقة التقاطع :

آ ـ نحصل على **نقطة** من تقاطع مستقيمين ، هي نقطة تقاطعهما ·

ب ـ نحصل على **نقطة** من تقاطع مستقيم من مستو ،هي نقطة اختراق المستقيم للمستوي ·

ج ـ نحصل على **نقطة** من نقاطع ثلاثة مستويات ، هي نقطة التقاء فصولهما المشتركة ·

د ـ نحصل على **مستقيم** من تقاطع مستويين ، هو فصلهما المشترك ·

I ـ١ـ٣ـ **شروط التوازي وبديهياته :**

١ـ يتوازى مستقيمان اذا ماوازى كل منهما مستقيما ثالثا ·

٢ـ يتوازى مستقيم ومستو اذا ما وازى المستقيم مستقيما واحدا (على الاقل) واقعا في المستوي ·

٣ـ يمكن انشاء مستو واحد مواز لمستو معلوم من نقطة واحدة خارج هذا المستوي ·

٤ـ يمكن انشاء عدد لانهائي من المستقيمات الموازية لمستو معلـــوم من نقطة واحدة خارج هذا المستوي .

٥ـ يتوازى مستويان اذا توازى مستقيمان مختلفا الاتجاه في أحدهمـــا مع مستقيمين في الآخر .

٦ـ يتوازى مستويان اذا كان كل مستقيم في أحدهما يوازي المستوي الآخـر .

٧ـ اذا قطع مستويان متوازيان بمستو ثالث فان فصليهما المشتركيـــن مـع المستوي الثالث متوازيان .

٨ـ اذا وازى مستقيم مستويا معلوما ، فان كل مستو ينطبق على المستقيـم ويقطع المستوي المعلوم يكون فصله المشترك مع المستوي موازيـــــا للمستقيم .

٩ـ اذا وازى مستقيم كلا من مستويين متقاطعين فانه يوازي الفصل المشترك لهذين المستويين .

I ـ١ـ٤ـ شروط التعـامد وبديهياته :

١ـ يتعامد مستقيمان اذا كانت الزاوية المحصورة بينهما ٩٠° درجة .

٢ـ يتعامد مستقيمان غير متقاطعين ، اذا كان المستقيمان الموازيان لهما والمرسومان من نقطة واحدة متعامدين .

٣ـ يتعامد مستقيم مع مستو ، اذا تعامد مع مستقيمين مختلفي الاتجاه فـي المستوي .

٤ـ يمكن أن نقيم عددا لانهائيا من المستقيمات العمودية على مستقيـم من نقطة واحدة واقعة عليه بحيث تقع هذه المستقيمات جميعها في مستـــو واحد عمودي على هذا المستقيم .

٥ـ يمكن أن نقيم عددا لانهائيا من المستقيمات العمودية على مستقيـم من

نقطة خارجة عنه بحيث تقع هذه المستقيمات جميعها في مستو واحد عمودي على هذا المستقيم ، ويتقاطع مستقيم واحد من هذه المستقيمات مع المستقيم المعني ٠

٦ـ يمكن أن نرسم مستقيما واحد عموديا على مستو معلوم من نقطة واقعة عليه أو خارجة عنه ٠

٧ـ يمكن رسم مستو واحد عمودي على مستقيم معلوم من نقطة واقعة عليه أو خارجة عنه ٠

٨ـ اذا تعامد أحد مستقيمين متوازيين مع مستو ، فان المستقيم الآخر يتعامد معه أيضا ٠

٩ـ اذا تعامد مستقيمان مع مستو ، فانهما يتوازيان ٠

١٠ـ المستقيم العمودي على أحد مستويين متوازيين يكون عموديا على المستوي الآخر ايضا ٠

١١ـ اذا تعامد مستويان مع مستقيم واحد ، فهما متوازيان ٠

١٢ـ يتعامد مستويان اذا وجد أن في أحدهما مستقيما واحد (على الأقل) عموديا على المستوي الآخر ٠

١٣ـ اذا تعامد مستويان مع مستو ثالث ، فان فصلهما المشترك عمودي على المستوي الثالث ٠

١٤ـ يمكن رسم عدد لانهائي من المستويات العمودية على مستو معلوم من نقطة واحدة خارجة عنه ٠

١٥ـ يمكن رسم مستو واحد عمودي على مستو معلوم من مستقيم غير واقع في هذا المستوي ٠

١٦ـ كل المستقيمات العمودية على مستو معلوم متوازية ذات اتجاه واحد ٠

١٧ـ كل المستويات العمودية على مستقيم معلوم متوازية ٠

الإسقاط :

ان الاسقاط هو تمثيل الأشكال والأجسام الفراغية ورسمها في مستو واحد ، هو مستوي الاسقاط .

هنالك طرق مختلفة للاسقاط ، من أهمها :

I ـ٢ـ١ـ الاسقاط المركزي :

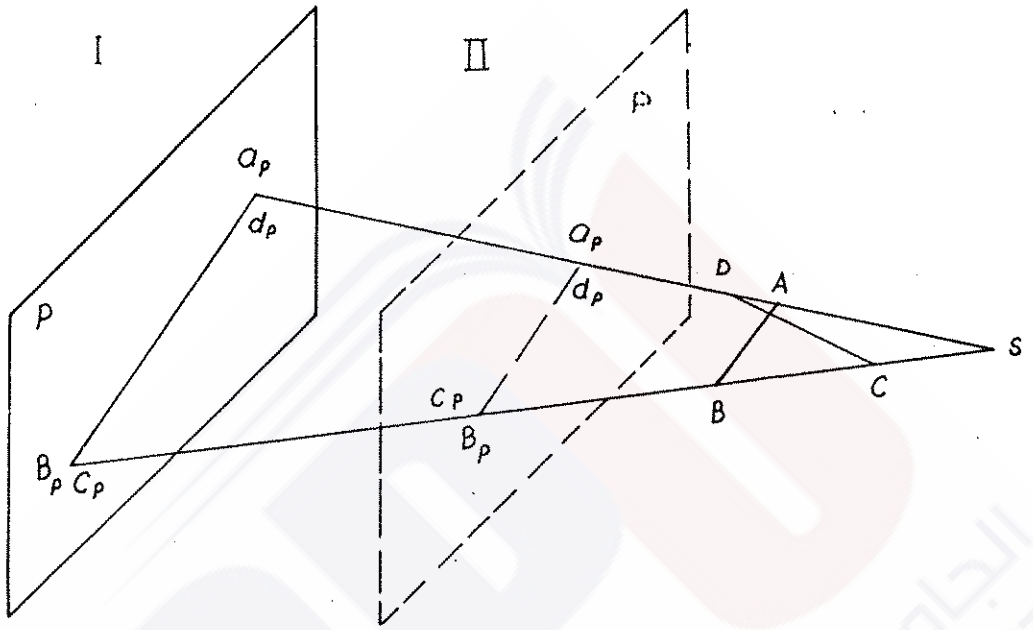
في هذه الطريقة يتم اسقاط الشكل أو الجسم الفراغي باطلاق أشعة الاسقاط من نقطة مركزية واحدة . وتمثل نقطة تقاطع شعاع الاسقاط المار من احدى نقاط الشكل أو الجسم المعني مع مستوي الاسقاط مسقط النقطة المعنية ، الا أننا لانحصل في هذه الحالة على مسقط ثابت القياسات والشكل للجسم الفراغي ، لأن شكل المسقط وقياساته تعتمد على :

١ـ المسافات بين عناصر الاسقاط الثلاثة : مركز أشعة الاسقاط ، والجسم أو الشكل الفراغي ومستوي الاسقاط .

٢ـ ميل الشعاع الساقط من مركز الاسقاط على مستوي الاسقاط .

في الشكل رقم (١) لدينا $|AB|$ ومستوي الاسقاط P ومركزالاسقاط S . لتمثيل مسقط المستقيم AB على مستوي الاسقاط P نرسم من المركز S شعاعا يمر بالنقطة A . نقطة تقاطع هذا الشعاع مع المستوي P تمثل مسقط النقطة A على هذا المستوي a_p . وبعد ذلك نرسم من المركز S شعاعا يمر بالنقطة B ،نقطة تقاطع هذا الشعاع مع المستوي P تمثل مسقط النقطة B على هذا المستوي b_p . ثم نصل بين النقطتين a_p و b_p ، فنحصل على المستقيم $a_p b_p$ الذي يمثل مسقط $|AB|$ على المستوي P ،

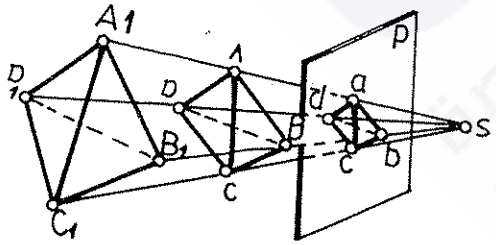
الا أننا نلاحظ أن $|a_p b_p|$ يكون ذا قيمتين مختلفتين في وضعيتي مستوي الاسقاط P في الموقعين I و II ٠



شكل رقم (١)

وفي الوقت نفسه نجد أن المساقط المحددة على مستوي الاسقاط P في وضعيتيه I وII يمكن أن تكون مسقط لمقطع المستقيم $|CD|$ - $C_p d_p$ ٠

ومن خلال الشكل (٢) نلاحظ أن الاسقاط على المستوي P انطلاقا من مركز الاسقاط S يعطينا مسقطا واحد abcd مشتركا لكلا الشكلين الهندسيين ABCD و $A_1B_1C_1D_1$



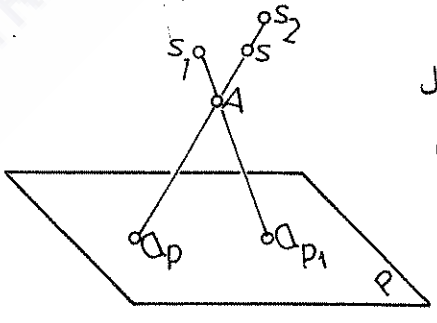
على الرغم من أختلاف قياسات **شكل رقم (٢)**

الشكلين ٠ وبالاضافة الى ذلك نجد أن قياسات المسقط لاتساوي قياسات أي من الشكلين الحقيقيين ٠

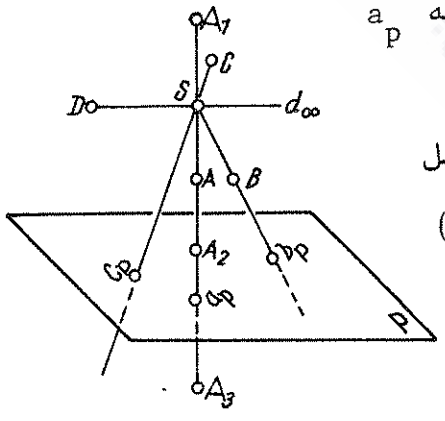
ان ذلك يبين لنا أن من الممكن تحديد مسقط العنصر الهندسي الفراغي بوجود مركز الاسقاط S ومستوي الاسقاط P سواء أكان هذا العنصر المستقيم AB أم المستقيم CD أم الشكل الهندسي ABCD أو $A_1B_1C_1D_1$ الا أننا لانستطيع القيام بالعملية المعاكسة ، أي ان معرفتنا المسقط a_p b_p أو المسقط a b c d لاتمكننا من تحديد شكل العنصر الهندسي الفراغي وموقعه ، وأننا لانستطيع الجزم بأن a_p b_p هو مسقط المستقيم الفراغي AB أو مسقط المستقيم CD أو مسقط مستقيم فراغي ثالث ، ويمكننا أن نعيد الكلام نفسه بخصوص المسقط abcd وأي عنصر هندسي فراغي يعبر عنه . وفي مثل هذه الحالات لابد من وجود شروط محددة أخرى تمكننا من تحديد شكل العنصر الهندسي الفراغي وموقعه .

من جهة اخرى نلاحظ من خلال الشكل (٣) أن تغيير موقع مركز الاسقاط S يجعلنا نحصل على أكثر من مسقط واحدللعنصر الهندسي نفسه وعلى مستوي الاسقاط ذاته،ونلاحظ أن مركزالاسقاط S يعطينا المسقط a_p للنقطة A على مستوي الاسقاط P .في الوقت الذي يعطينا مركزالاسقاط S_1 المسقط a_{p1} للنقطة نفسها وعلى مستوي الاسقاط نفسه على الرغم من أننا لم نغير موقع النقطة A أو موقع المستوي P . وفي الوقت نفسه نلاحظ مايلي :

اذا أخذنا مركز اسقاط آخر S_2 على امتداد شعاع الاسقاط SA فان مسقط النقطة A على المستوي P يبقى نفسه a_p

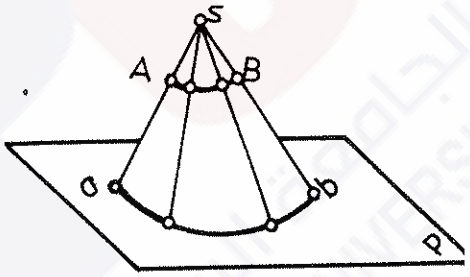


شكل رقم(٣)

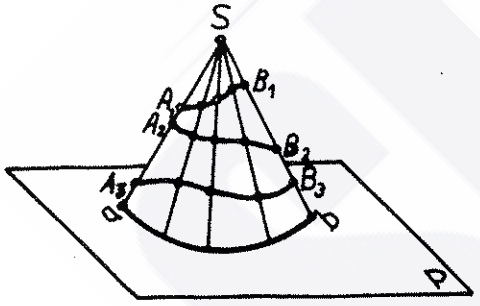


شكل رقم(٤)

واذا اخذنا الشكل (٤) حيث مركز الاسقاط S ومستوي الاسقـــاط P واخترنا النقاط A و B و C فان مساقطها المركزية ستكون نقاط تقاطـــع لاشعة المارة منها عبر مركز الاسقاط S مع مستوي الاسقاط P ، وهـــي a_p و b_p و C_p . وفي الوقت نفسه نلاحظ أن a_p هي المسقط المركـــزي لعدة نقاط اخرى واقعة على مسار شعاع الاسقاط المار من مركز الاسقـاط S والنقطة A مثل النقاط A_1 و A_2 . وأن شعاع الاسقاط المركزي المار من النقطة D يوازي مستوي الاسقاط P . وحسب قواعد التـــوازي نرى أن المتوازيات تلتقي في مالانهاية ، ولذلك سيكون للنقطة D مسقط مركـــزي على المستوي P في مالانهاية هو d_∞ .



الشكل (٥)



الشكل (٦)

يمكن ايجاد مسقط الخطوط المنحنية او المستقيمة بواسطة اسقاط بعض النقاط الواقعة عليه من خلال مركز الاسقاط S على مستوي الاسقـــاط P (الشكل ٥) . وهذا المسقط يكون المسقط الوحيد للخط AB في الوضعيـة التي تحدد مركز الاسقاط S ومستوي الاسقاط P ، الا أن هذا المسقط يمكن أن يتخذ شكلا ووضعا مختلفين اذا غيرنا موقع S أو P أو كليهما . ومـن جهة اخرى نجد أن المسقط ab يمكن أن يكون مسقطا لعدة خطوط في وقت واحد ، وألايكون للخط AB وحده (الشكل ٦) . ويمكن أن نعد المسقط ab خطّ الفصل المشترك بين المستوي الاسقاطي (أي مستوي أشعة الاسقـــاط)

ومستوي الاسقاط P .

ويسمى الاسقاط المركزي أيضا بالاسقاط المخروطي ، لأن أشعة الاسقاط المارة من مركز الاسقاط S ونقاط خط ما تكوّن في مجموعها مستويا اسقاطيا يمثل مستويا مخروطيا .

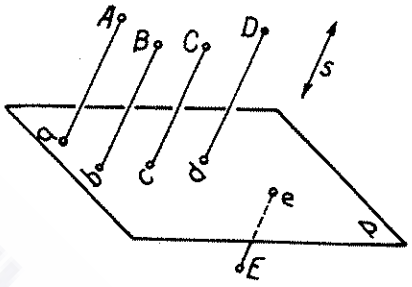
ان تحليلاتنا السابقة للأشكال تجعلنا نستنتج أن الاسقاط المركزي لايستطيع أن يعطينا التصور والتعبير الكافيين والكاملين للأشكال والأجسام الفراغية من خلال مساقطها المركزية الا بمعرفة شروط اخرى ، منها : معرفة موقع مركز الاسقاط وموقع الجسم الفراغي بالنسبة لمركز الاسقاط ومستوي الاسقاط وميل شعاع الاسقاط وسوى ذلك من الشروط .

I -٢-٢- الاسقاط الموازي :

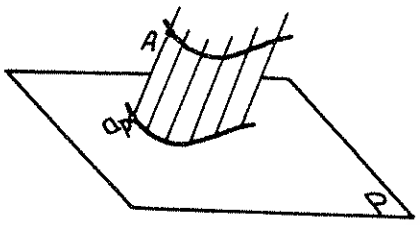
اذا درسنا حالة خاصة من الاسقاط المركزي عندما يكون مركز الاسقاط في مالانهاية أو يكون على بعد يمكن أن يعدّ في مالانهاية ، فاننا نجد أن أشعة الاسقاط المارة من نقاط الشكل أو الجسم المادي الفراغي تقع على مستوي الاسقاط بصورة متوازية .

هذه الحالة من الاسقاط نسميها **بالاسقاط الموازي** ، ولكي نحدد مسار أشعة الاسقاط في هذا النوع لابد من تعيين الاتجاه الموازي لهذه الأشعة (السهم الذي يحدد اتجاه الأشعة في الشكل ٧) . وعلى هذا الأساس يمكن أن يعرّف مسقط النقطة الفراغية في الاسقاط الموازي بأنه : **نقطة تقاطع أشعة الاسقاط الموازية للاتجاه المحدد مع مستوي الاسقاط .**

وللحصول على مسقط خط ما بالاسقاط الموازي يكفي أن نوجد مساقط بعض نقاطه ومن ثم نمرر من هذه المساقط خط المسقط المطلوب ، كما هو موضح في الشكل (٨) .

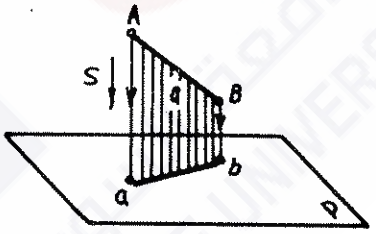


الشكل رقم (٧)

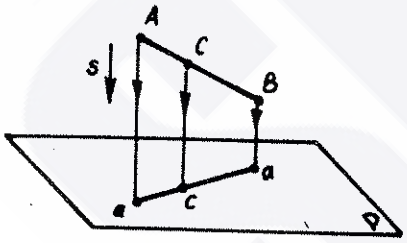


الشكل رقم (٨)

من خلال الطريقة ذاتها نجد أن الأشعة الاسقاطية المرسومة من نقاط المستقيم AB والموازية لاتجاه الاسقاط ، تقع جميعها في مستو واحد يتقاطع مع مستوي الاسقاط P ، ويكون الفصل المشترك بينهما هو مسقط المستقيم AB على مستوي الاسقاط P ، أي : المستقيم ab ، الشكل (٩).



الشكل رقم (٩)



الشكل رقم (١٠)

نلاحظ ان مسقط النقطة الواقعة على المستقيم يقع على مسقط المستقيم نفسه ، ففي الشكل (١٠) نجد أن النقطة C تقع على المستقيم AB ، ومن خلال الطريقة السابقة نحصل على مسقطه ab . والآن نأخذ CB ويكون مقطعا من المستقيم AB فنجد أن اشعة الاسقاط المارة من نقاطه تقع في نفس مستوي اشعة اسقاط المستقيم AB ولهذا نرى أن مسقطه على مستوي الاسقاط P يتطابق مع مسقط AB ، أي : $ab \equiv cb$ ، وبالتالي يقع

مسقط النقطة C على مسقط AB نفسه . مما سبق نلاحظ أن كلا الاسقاطين المركزي والمتوازي يتميزان بمايلي :

١ـ يكون سطح الاسقاط بصورة عامة مستويا ، ولذلك يكون مسقط الخط المستقيم خطا مستقيما أيضا .

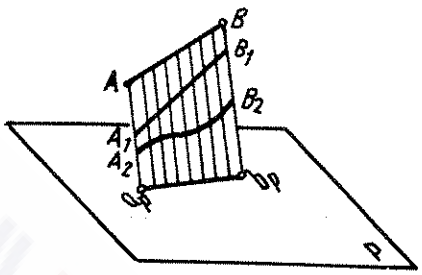
٢ـ لكل نقطة أو مستقيم في الفراغ مسقط واحد على مستو واحد للاسقاط من مركز اسقاطي واحد (في حالة الاسقاط المركزي) .

٣ـ كل نقطة على مستوي الاسقاط يمكن ان تكون مسقطا لمجموعة من النقاط الواقعة على مسار شعاع الاسقاط . وفي الشكل (٧) نجد أن النقطة d_p تمثل في الوقت نفسه مسقطا لكل من النقاط D و D_1 و D_2 الواقعة على مسار شعاع الاسقاط ، وكذلك الحال بالنسبة للمسقط a_p في الشكل (٤) الخاص بالاسقاط المركزي .

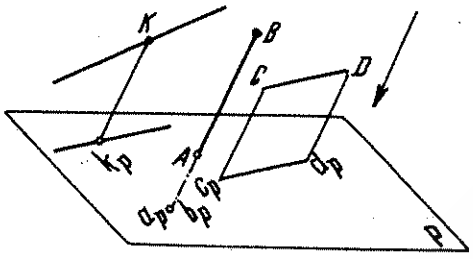
٤ـ كل خط مستقيم على مستوي الاسقاط يمكن أن يكون مسقطا لمجموعة غير محددة من الخطوط الواقعة على سطح مستو اسقاطي واحد . وفي الشكل (١١) نجد أن مقطع المستقيم $|a_p b_p|$ يمثل في الوقت نفسه مسقط كل من المستقيمات AB و $A_1 B_1$ ومقطع المنحني المستوي $A_2 B_2$. ومن الواضح أن الحصول على حل وحيد الجواب يحتاج الى شروط اضافية اخرى .

٥ـ للحصول على مسقط مستقيم يكفي ان نحدد نقطتين منه ، ونوجد مسقطيهما ، ونمرّر مستقيم من خلال هذين المسقطين .

٦ـ يكون مسقط النقطة الواقعة على مسقيم واقعا على مسقط المستقيم نفسه . وفي الشكل (١٢) نجد أن النقطة K تقع على المستقيم ، ولذلك يقع مسقطها k_p علس مسقط المستقيم . وأن النقطة C تقع على المستقيم AB (الشكل ١٠) .



الشكل رقم (١١)



الشكل رقم (١٢)

وبالاضافة الى هذه الخواص يتصف الاسقاط الموازي بمايلي :

٧ـ اذا كان المستقيم يوازياتجاه الاسقاط الموازي ، (المستقيم AB في الشكل ١٢) فان مسقطه او مسقط أي مقطع منه يكون نقطة واحدة (في الشكل ١٢ النقطة a_p وهي في الوقت نفسه b_p) ٠

٨ـ يكون طول مسقط مقطع المستقيم الموازي لمستوي الاسقاط مساويا طول المقطع الحقيقي (في الشكل ١٢ $|CD| = |C_p d_p|$ لأنهما يمثلان مقطعي مستقيمين متوازيين) ٠

وثمة خواص اخرى للاسقاط الموازيسنعرضها في حينها المناسب ٠

ان استخدام الاسقاط الموازي في ايجاد مساقط النقطة والمستقيم يمكننا من ايجاد مساقط المستوي والجسم المادي ، وهو يصنف في :

آ ـ الاسقاط الموازي المائل ٠

ب ـ الاسقاط الموازي القائم ٠

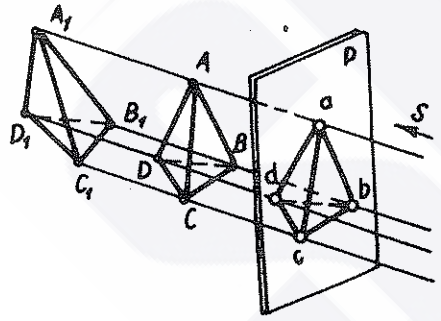
ففي الحالة الأولى يصنع اتجاه الاسقاط (اتجاه شعاع الاسقاط) زاوية $\neq$ ٩٠° درجة مع مستوي الاسقاط ٠ وفي الحالة الثانية أشعة الاسقاط تكون عمودية على مستوي الاسقاط ٠

ولما كان الاسقاط المركزي (في بعض الشروط المحددة) يعطي الصورة

الاقرب للواقع ، لأن الناظر (الذي يمثل مركز الاسقاط) لايبعد عن العنصر الهندسي بُعدا كبيرا يمكن أن يعدّ في مالانهاية ، فان الاسقاط الموازي يتميز منه ببساطته ومحافظته على العلاقات القياسية الحقيقية للعنصر بقدر أكبر .

مع كل ذلك نجد أن الاسقاط الموازي على مستوي واحد لايستطع ، كما هو الحال في الاسقاط المركزي ، أن يعطينا التصور والتعبير الكافيين والكاملين للعنصر الهندسي من خلال هذا المسقط .

ان المسقط abcd على مستوي الاسقاط P ـ كما هو واضح من خلال الشكل (١٣) ـ يمثل في آن واحد مسقط الشكلين ABCD و $A_1B_1C_1D_1$ على الرغم من اختلافهما في الشكل والقياسات . ولهذا لانستطيع من خلال هذا المسقط (عند عدم وجود الاصل) أن نحدد ان كان يمثل العنصر الهندسي الاول ABCD أو يمثل العنصر الهندسي الثاني $A_1B_1C_1D_1$ أو يمثل عنصرا ثالثا آخر واقعا على مسار أشعة الاسقاط .



شكل رقم (١٣)

ان حل مثل هذه المعضلة جاء على يد العالم الفرنسي ((مونج)) .

I ـ٢ـ٣ـ طريقة مونج :

ان قواعد التعبير الاسقاطي المستوي للأشكال والاجسام الفراغية جمعت وتراكمت طوال قرون عدة . وخلال فترة طويلة كان هذا التعبير يمثل في الغالب الاشكال المنظورة وحدها ، الا أنه مع تطور التكنيك أصبح من المهم في الدرجة الاولى استخدام الطرق أو القواعد التي تؤمن دقته وسهولة قياساته،