



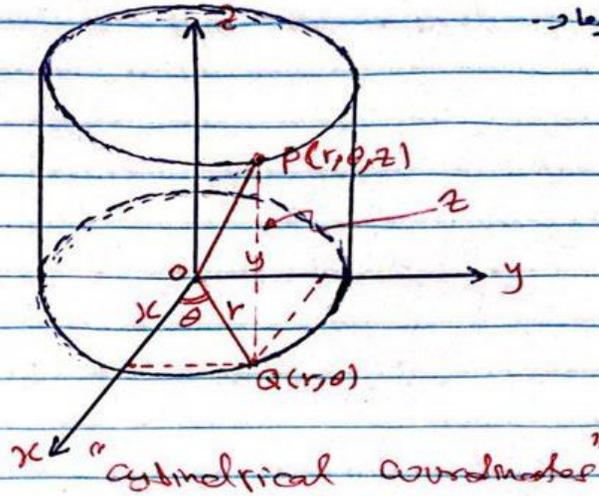
عنوان المحاضرة:

الأحداثيات الاسطوانية Cylindrical Coordinates

الأحداثيات الاسطوانية Cylindrical Coordinates

Cylindrical coordinates are a simple extension of two-dimensional polar coordinates to three dimensions.

الأحداثيات الاسطوانية هي امتداد بسيط للأحداثيات القطبية ثنائية الأبعاد إلى ثلاثة أبعاد.



$$\begin{aligned} x &= r \cos \theta \\ y &= r \sin \theta \\ z &= z \end{aligned}$$

In terms of the Cartesian coordinates (x, y, z) similar to the polar coordinates:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad , \quad \begin{array}{c} \text{Ranges} \\ r \rightarrow [0, \infty) \end{array}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} \quad , \quad \theta \rightarrow [0, 2\pi)$$

$$z = z \quad , \quad z \rightarrow (-\infty, \infty)$$

The inverse tangent " \tan^{-1} " must be suitably defined to take the correct quadrant of (x, y) into account.

ملاحظة: على حساب الزاوية باستخدام مكداء والزاوية الظل، يجب الأخذ بالاعتبار نصيب الربع في الأحداثيات x, y .



Ex 1 Convert the point $(1, 1, 3)$ to cylindrical coordinates (r, θ, z)

Sol.

In this example, we have given a point in (x, y, z) & asked to put it in (r, θ, z) , to do this we need to use the equations we showed in previous page.

$$r^2 = x^2 + y^2, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}, \quad z = z$$

$$(1, 1, 3) \rightarrow x=1, y=1, \boxed{z=3}$$

$$\therefore r^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \rightarrow \boxed{r = \sqrt{2}}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{1}{1} = \tan^{-1} 1 = \boxed{45^\circ} = \boxed{\frac{\pi}{4}}$$

$\therefore (1, 1, 3)$ in Cartesian equals to $(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}, 3)$ in cylindrical coordinates

Ex 2 Convert the point $(4, \pi/4, -2)$ to Cartesian coordinates / rectangular coordinates

Sol.

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$z = z$$

$$(r, \theta, z) \rightarrow (x, y, z)$$

$$(4, \frac{\pi}{4}, -2)$$

$$r = 4$$

$$\theta = \frac{\pi}{4}$$

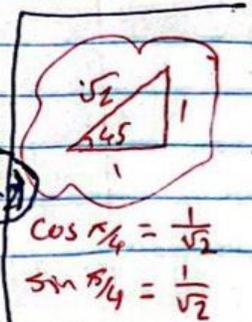
$$z = -2$$

$$\therefore x = 4 \cos \frac{\pi}{4} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$y = 4 \sin \frac{\pi}{4} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$z = -2$$

$$\Rightarrow (2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}, -2)$$





اسم المادة : رياضيات-2
اسم التدريسي : د حسين كاظم حلوان
المرحلة : الثانية
السنة الدراسية : 2024-2023



----- نهاية محاضرة " الأحداثيات الاسطوانية Cylindrical Coordinates " -----