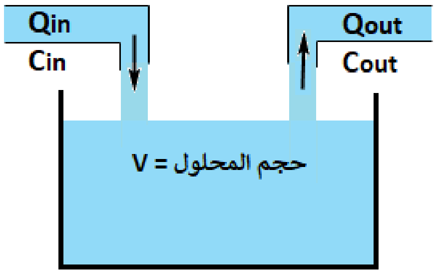
ثانيا: حساب كمية المالح المتجمعة في الحوض

لنفترض انه لدينا حوض يحتوي على ماء مالح بتركيز ملح معين ليكن (C_0)، الآن اذا اضفنا ماء مالح بتصريف (Q_{in}) وبتركيز معين لأمالح ليكن (C_{in})، فان الذي يحدث ان الماء داخل الحوض تزداد ملوحته وهذه الزيادة مرتبطة مع الزمن. لذلك حساب مقدار كمية الملح داخل الحوض يتغير مع الزمن ويحسب من خلال المعادلة:

$$\frac{dx}{dt} = Q_{in} \times C_{in} - Q_{out} \times C_{out}$$



حيث:

Q_{in}: التصريف الداخل الى الحوض، وحدته = وحدة حجم/ وحدة زمن.

C_{in}: تركيز الملح في الماء الداخل للحوض، وحدته = وحدة وزن/ وحدة حجم.

Q_{out}: التصريف الخارج من الحوض، وحدته = وحدة حجم/ وحدة زمن.

وحدة الوزن: $Ib, kN, N,$ $etc.$ وحدة الحجم: $m3, Liter, gal, \ldots\ldots etc.$

وحدة الزمن: $Sec, min, hour, \ldots\ldots.\ etc.$

C_{out}: تركيز الملح في الماء الخارج من الحوض وهو متغير مع الزمن ويحسب من المعادلة التالية:

$$C_{out} = \frac{x}{V + (Q_{in} - Q_{out}) \times t} \qquad if\ Q_{in} \neq Q_{out} \quad \text{الحجم متغير}$$

$$C_{out} = \frac{x}{V} \qquad if\ Q_{in} = Q_{out} \quad \text{الحجم ثابت}$$

x: كمية الملح داخل الحوض وهو متغير مع الزمن.

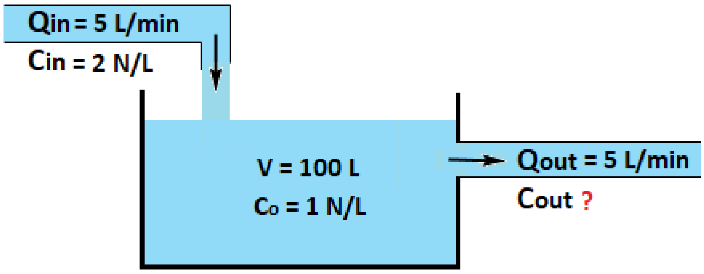
V: حجم المحلول في الحوض.

ملاحظة: كمية الملح في الحوض قبل الإضافة = $C_o \times V$ عندما $= 0$.

E-mail: mohammed.ali.saihood@uomus.edu.iq

Example (3): **A tank is initially filled with (100 Liter) of salt solution containing (1 N/L) of salt. Fresh brine containing (2 N/L) of salt running in the tank at rate of (5 L/min) and the mixture kept uniform and runs out at the same rate. Find:**

1. **The amount of salt in the tank at any time.**
2. **The amount of salt in the tank at t=5 min.**
3. **How long it will take for this amount of salt to reach 150 N.**



dx/dt=Qin*Cin- Qout*Cout

$Q_{out} = Q_{in}$ From Example (the mixture kept uniform and runs out at the same rate)

$$C_{out} = \frac{x}{V} = \frac{x}{100}$$

$$\therefore \frac{dx}{dt} = 5 \times 2 - 5 \times \frac{x}{100}$$

$$\frac{dx}{dt} = 10 - 0.05\,x \quad \rightarrow \quad \frac{dx}{10 - 0.05x} = dt$$

$$\int \frac{dx}{10 - 0.05x} \times \frac{-0.05}{-0.05} = \int dt$$

$$\frac{1}{-0.05} \ln(10 - 0.05\,x) = t + c\} \times\ -0.05$$

$$\ln(10 - 0.05\,x) = -0.05t - 0.05c$$ نأخذ e للطرفين

$$10 - 0.05\,x = e^{-0.05t-0.05c} \quad \rightarrow \quad 10 - 0.05\,x = e^{-0.05t} \times e^{-0.05c}$$

E-mail: mohammed.ali.saihood@uomus.edu.iq

$$e^{-0.05c} = \text{constant} = A$$

$$10 - 0.05\,x = Ae^{-0.05t} \quad \rightarrow \quad x = \frac{10 - Ae^{-0.05t}}{0.05}$$

$$x = 200 - 20Ae^{-0.05t}$$

Apply boundary condition: $at\ t = 0, \quad x = C_o \times V = 1 \times 100 = 100\ N$

$$100 = 200 - 20Ae^{-0.05\times 0} \quad \rightarrow \quad A = 5$$

$x = 200 - 100\ e^{-0.05t}$ at any time

1. The amount of salt in the tank at $t = 5\ min$.

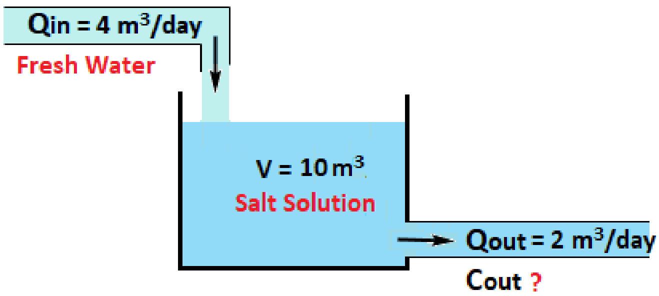
$$x = 200 - 100\ e^{-0.05\times 5} = 122.12\ N$$

2. How long it will take for this amount of salt to reach 150 N.

$150 = 200 - 100\ e^{-0.05t} \quad \rightarrow \quad e^{-0.05t} = 0.5$ نأخذ ln للطرفين

$$t = \frac{\ln 0.5}{-0.05} = 13.86\ min$$

Example (4): For the tank shown in figure below, if the amount of salt in the tank after (5 day) is (2 N). Find the amount of salt in the tank at any time, then find the initially amount of salt in the tank.



dx/dt=Qin*Cin- Qout*Cout

$C_{in} = 0$ From Figure (Fresh Water)

$\because Q_{out} \neq Q_{in}$

$\therefore C_{out} = \dfrac{x}{V + (Q_{in} - Q_{out}) \times t}$ =x/10+(4-2)= x/10+2t

$\therefore \dfrac{dx}{dt} = 4 \times 0 - 2 \times \dfrac{x}{10+2t}$

$\dfrac{dx}{dt} = -\dfrac{2x}{10+2t}$

$\int \dfrac{dx}{x} = -\int \dfrac{2}{10+2t}\, dt$

$\ln(x) = -\ln(10+2t) + c \quad \rightarrow \quad \ln(x) + \ln(10+2t) = c$

$\ln(x(10+2t)) = c$ نأخذ e للطرفين

$x(10+2t) = e^{c} = A$

$x = \dfrac{A}{10+2t}$

Apply boundary condition: $at\ t = 5\ days, \quad x = 2\ N$

$2 = \dfrac{A}{10+2\times 5} \quad \rightarrow \quad A = 40$

$\therefore x = \dfrac{40}{10+2t}$ at any time

at initially:

$t = 0 \quad \rightarrow \quad x = \dfrac{40}{10+2\times 0} = 4\ N$