جامعة المستقبل
كلية التقنيات الطبية والصحية
قسم تقنيات الاشعة

السنة / الرابعة
العام الدراسي/2023-2024

الإحصاء الحياتي
محاضرة (16)

ثانياً : توزيع بواسون Poisson Distribution

فى الحياة العملية احياناً ما نقابل بعض الظواهر التى ينطبق عليها شروط توزيع ذى الحدين و لكن هذة الحوادث تكون نادرة الوقوع و هذا يعنى أن احتمال النجاح يكون صغير جداً يقترب من الصفر و علية فأنة يمكن القول أن
$np = \lambda$ حيث λ هى مقدار ثابت و بذلك يكون احتمال الفشل كبير أى أنة يقترب من الواحد. و لكى نراقب بعض حالات النجاح فأننا سنجد أن n سوف تكون كبيرة جداً فمثلاً لو اردنا حساب احتمال خروج القطار من السكه " القضبان" فأننا سنقوم بمراقبة القطارات او عدد كبير جداً منها و نحسب عدد مرات
خروج القطار من السكة أى حالات النجاح (التى حققت فيها الحادثة) حتى نستطيع أن نحسب الاحتمال.

و بذلك تكون شروط هذا التوزيع كالآتى:ـ

1ـ أن تكون احتمال النجاح ثابت و كذلك احتمال الفشل فى كل محاولة و يرمز لهما بالرمز q, p على المتوالى.
2ـ أن يكون احتمال النجاح صغيراً و يقترب من الصفر و احتمال الفشل يقترب من الواحد الصحيح.
3ـ أن تكون عدد المحاولات كبيراً جداً حيث أن $= np = \lambda$ مقدار ثابت.

و يعتبر توزيع بولسون من التوزيعات الاحتمالية المتقطعة وهو اهم التوزيعات فى المسائل المتعلقة بالمكالمات التليفونية و حركة المرور، بعض الظواهر النادرة مثل الزلزال، و الحرائق، الحوادث على أحدى الطرق، عدد الاخطاء المطبعية فى صفحة ما من كتاب و غير ذلك. و دالة كثافة الاحتمال لتوزيع
بواسون هى :ـ

$$Po(x) = \begin{cases} \dfrac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, x = 0,1,2,3,\ldots\ldots\ldots. \\ 0, \qquad\qquad\qquad\qquad o.w \end{cases}$$

حيث e = 2.718 تمثل مقدار ثابت.

$$\lambda = np$$

و نأخذ X قيماً صحيحة موجة اعتباراً من الصفر الى مالانهاية.

الوسط الحسابى و التباين لتوزيع بواسون

$$\mu = \lambda$$
$$\sigma^2 = \lambda$$

∴ المعلمة λ فى توزيع بواسون هى الوسط الحسابى للتوزيع.

دالة التوزيع التراكمية لتوزيع بواســون.

$$p(x) = p(X \le x) = \sum_{x=0}^{n} po(x) \qquad X \ge o$$

$$p(x) = \sum_{x=0}^{n} \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!} \qquad X \geq 0$$

مثال :ـ

اذا كانت نسبة الوحدات المعيبة فى انتاج نوع من اللمبات الكهربائية هى 0.02 ان عدد الوحدات المعيبة يتبع توزيع بواســون. نفرض أننا سحبنا عنية عشوائية من عشرة لمبات. المطلوب

1ـ ايجاد التوزيع الاحتمالى لهذا المتغير.

2ـ احتمال الحصول على واحدة معيبة.

3ـ احتمال الحصول على وحدة معيبة على الاكثر.

الحل :ـ

$$\lambda = np = (10)(0.02) = 0.2$$

و حيث أن X يتبع توزيع بواســون ∴ دالة كتلة الاحتمال هى

$$po(x) = \frac{e^{-0.2}(o.o2)^{x}}{x!} x = 0,1,2, \ldots \ldots ..$$

2ـ احتمال الحصول على وحدة معيبة.

$$po(1) = \frac{e^{-0.2}(0.2)}{1!} = \frac{0.2}{e^{+0.2}} = 0.163746$$

3ـ احتمال الحصول على وحدة معيبة على الاكثر.

$$\begin{aligned} &po(X \leq 1) = F(1) = \sum_{x=0}^{1} e^{-0.2}(0.2)^{x} \\ &= e^{-0.2} + e^{-0.2}(0.2) \\ &= e^{-0.2}(1 + 0.2) \\ &= e^{-0.2}(1.2) = 0.9825 \end{aligned}$$

تمرين:

لديك دالة توزيع بوسون بمعلمة λ =6 .

اوجد الاحتمالات التالية: p(1≤ x≤ 3) ,p(x=4) , p(x≥ 2)

ثم اوجد الوسط الحسابي والتباين لهذا التوزيع.