جامعة المستقبل
كلية التقنيات الطبية والصحية
قسم تقنيات الاشعة

السنة / الرابعة
العام الدراسي/2023-2024

الإحصاء الحياتي
محاضرة (17)

التوزيعات الاحتمالية المستمرة

مثال:

التوزيع الطبيعي :-
ليكن X متغير عشوائي له داله كثافة احتمالية

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\ \sigma}\ e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2} \quad .... \quad (1)$$

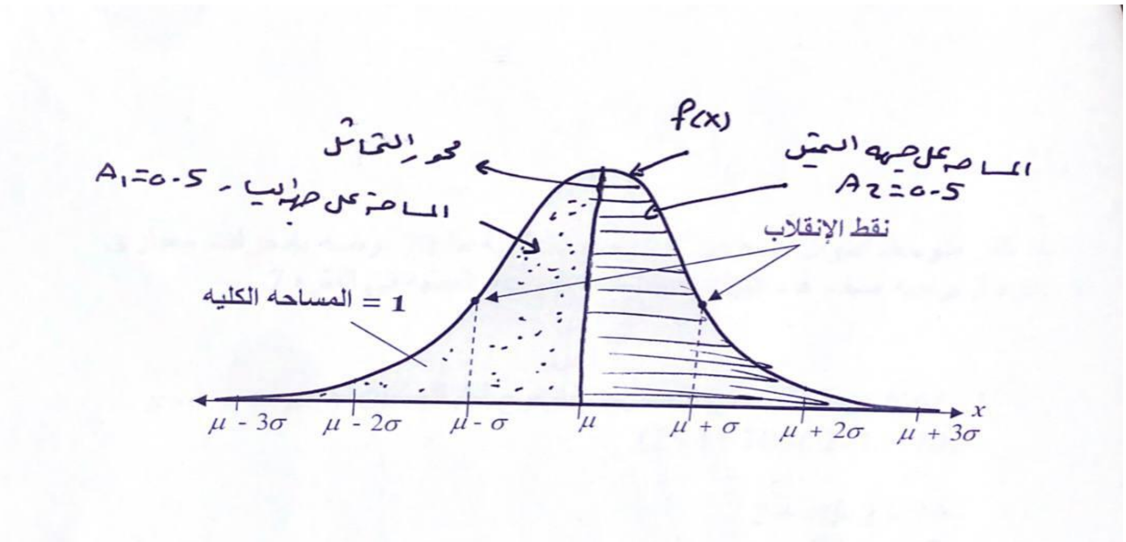
$-\infty < x < \infty$,

1- ان μ تمثل الوسيط الحسابي للتوزيع، $\pi = \frac{22}{7}$ النسبة الثابتة و معلمتا التوزيع هماμ و σ.
ونتيجة لوجود قيم مختلفة لتلك المعلمات لذا تتعدد التوزيعات الطبيعية .كما ان القيم التي تتمثل بالمنحى الطبيعي تتحول الى قيم معيارية (STANDARD SCORES) لنحصل على التوزيع طبيعي معياري وسطة الحسابي (O) وانحرافه المعياري (1) أي ان :

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-1/2z^2} \quad ....(2) \qquad -\infty<z<\infty ,$$

2- بدرجه معياريه $z=\frac{x-\mu}{\sigma}$ تمثل بعد القيمة عن المتوسط بوحدات الانحراف المعياري .وهنالك جداول خاصة لهذا التوزيع وفيما يلي بعض الخواص للتوزيع :

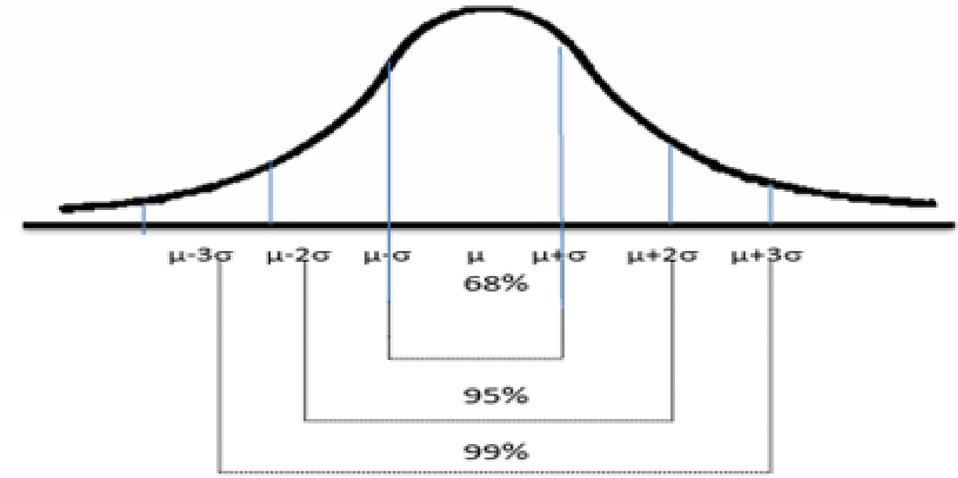
- معادلة التوزيع الطبيعي (1)
نرسم منحني ،يعرف بالمنحني الطبيعي و على شكل الجرس حيث
$f(x) \rightarrow 0$ as $x \rightarrow \pm\infty$ كما في الشكل ادناه :



وتبين تناظر المنحى حول ما يسمى بمحور التماثل $x=\mu$ ،كما ان للمنحى قيمة واحدة يحدث عند $x=\mu$ حيث تمثل تلك المعادلة دالة الكثافة وتتحدد تلك المعادلة مع بيانها المتمثل بالمنحى الطبيعي حالما تعرف قيم معينة لكل من μ و σ

- الوسط الحسابي والوسيط الحسابي والمنوال في التوزيع الطبيعي متساوية , كما ان المساحة تحت المنحى الطبيعي تساوي 1 أي ان المساحة الواقعة الى يمين محور التماثل وكذلك الواقعة الى يساره كل منها تساوي 0.5 .

حيث يعطي الشكل ادناه النسبة التي تمثل القيم المرافقة:



- من خلال عملية المعايرة standardization نستطيع إيجاد مساحات تحت المحنى غير المعياري ، حيث يستعان بالجداول التي وضعت لهذا التوزيع لصعوبة العمليات الرياضية في إيجاد تلك المساحات (قيمة الاحتمال)

اذا كان X متغير طبيعي فأن:

$$p(\times 1 \leq X \leq \times 2) = p(\frac{x1-\mu}{\sigma} \leq \frac{x-\mu}{\sigma} \leq \frac{x2-\mu}{\sigma})$$

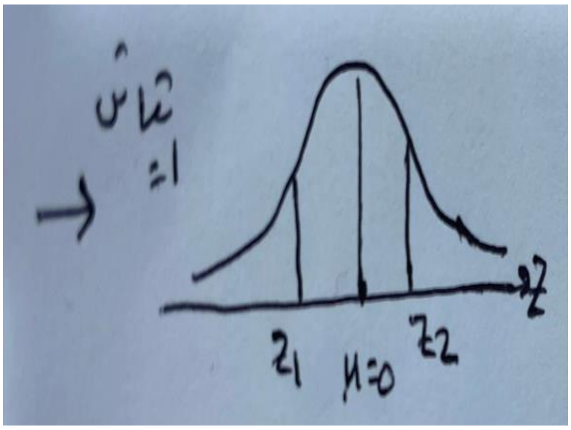
$$= \text{p}(\text{z}1 \leq \text{Z} \leq \text{z}2$$

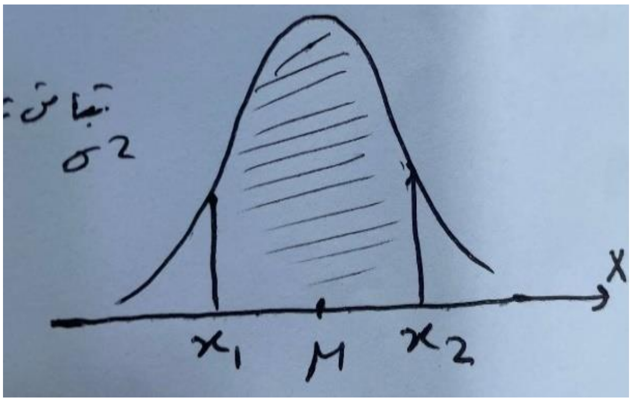
$$= \text{p}(\text{z} \leq \text{z}2) - p(z \leq \text{z}1)$$

= “ the area on left of Z2- the area on left of z1”

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$$

$$z1 = \frac{x1-\mu}{\sigma}, z2 = \frac{x2-\mu}{\sigma}$$





كما نلاحظ ان

‘(area on left of a) – (area on left of b)’ = $p\ (b \leq X \leq a)$

$p(b < X \leq a)$

$p(b \leq X < a)$

$p(b < X < a)$

وذلك لان

$$P(X=a) = p(X=b) = 0$$

مثال 1:-

في مركز للعلاج الطبيعي كانت درجات اختبار الكفاءة تتوزع طبيعيا بمتوسط 10 وانحراف معياري 2.5 .تم اختيار شخص عشوائيا واعطي هذا الاختبار، ما احتمال حصول في الأقل على 15 درجة .

الحل:-

$$p(X \geq 15) = p(\frac{X-\mu}{\sigma} \geq \frac{15-10}{2.5})$$

$$p(Z \geq 2) = 1 - p(Z < 2)$$
$$=1-0.9772=0.0228$$

مثال 2:-

نفرض ان مستوى هيموجلوبين الدم في احد المجتمعات البشرية يتوزع وفق التوزيع الطبيعي بمتوسط 16 وانحراف معياري 0.9

1- اذ اختير احد الأشخاص بشكل عشوائي فما هو احتمال ان يكون مستوى هيموجلوبين الدم لدية اكبر من 14
2- ماهي النسبة الأشخاص الذين مستوى هيموجلوبين الدم لديهم اكبر من 14
3- ماهي نسبة الأشخاص الذين يتراوح مستوى الهيموجلوبين الدم لديهم من 14-18

الحل:-

ليكن X= مستوى الهيموجلوبين الدم

لدينا $\mu = 16, \ \sigma = 0.9$

$\therefore \ \sigma^2 = 0.81$

$\therefore X \sim N(16, 0.81)$

.1 $P(X>14) = 1 - p(X \leq 14)$

$= 1 - p(Z \leq \frac{14-16}{0.9})$

$= 1 - p(Z \leq -2.22)$

$= 1 - 0.0132$

$= 0.09868$

.2 $P(X>14) \times 100\ \% = 98.68\%$

.3 $P(14 < X < 18) = p(X < 18) - p(X < 14)$

$= p(Z < \frac{18-16}{0.9} = p(Z < \frac{14-16}{0.9})$

$= P(Z < 2.22) - p(Z < -2.22)$

$= 0.9868 - 0.0123$

$= 0.9736$

وعليه فأن نسبه الأشخاص الذين يتراوح مستوى الهيموجلوبين الدم لديهم من 14 الى 18 هي 97.36%