جامعة المستقبل
كلية الطبية والصحية
قسم تقنيات الاشعة

المرحلة الرابعة
العام الدراسي /2023-2024

الاحصاء الحياتي
محاضرة(11)

مقاييس التشتت النسبي

ان مقاييس التشتت النسبي هي مقاييس خالية من وحدات القياس لذلك يتم استعمالها للمقارنة بين تشتت مجموعتين او اكثر تختلف في وحدات قياسها. ومن اهم مقاييس التشتت النسبي هو :

coefficient of variation معامل الاختلاف

يعبر عن معامل الاختلاف كالاتي:

$$\mathbf{c.v} = \frac{S}{\bar{x}} \times 100$$

حيث ان:

S **:**الانحراف المعياري للعينة

$\bar{x}$ **:** الوسط الحسابي للعينة

مثال : نتائج الامتحانات النهائية لدرسي الاحصاء والرياضيات كانت كالاتي**:**

	الإحصاء	الرياضيات
الوسط الحسابي	78	73
الانحراف المقياسي	8	6

ففي اي الموضوعين كانت تشتت الدرجات ؟

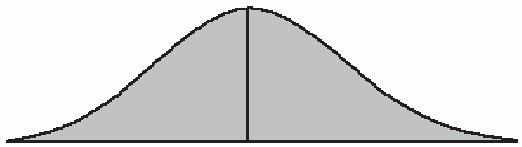
الحل:

$$\mathbf{c.v} = \frac{S}{\bar{x}} \times 100$$
$$\mathbf{c.v} = \frac{8}{78} \times 100 \ = 10.25\%$$
$$\mathbf{c.v} = \frac{6}{73} \times 100 \ = 8.22\%$$

نلاحظ ان التشتت لدرجات الاحصاء كان اقل لذلك فان اداء الطلبة في امتحان الاحصاء كان اكثر تقاربا.

مقاييس الالتواء والتفرطح:

عند تمثيل بيانات الظاهرة في شكل منحني تكراري ، فان المنحني يأخذ اشكالا مختلفة ، فقد يكون هذا المنحني متماثل بمعنى ان له قمة في المنتصف ، ولو اسقطنا عمودا من قمته على المحور الافقي لشطره نصفين متماثلين ، مثل منحني التوزيع الطبيعي ، كما مبين بالشكل التالي:



منحني التوزيع الطبيعي (منحني متماثل)

وعندما يكون الشكل متماثل ، فان الوسط والوسيط والمنوال كلهم يقعون على نقطة واحدة ، ولكن في كثير من الحالات يكون هناك قيم كبيرة في البيانات تجذب اليها الوسط الحسابي ، وهذا معناه ان المنحني التكراري سوف يكون له ذيل جهة اليمين ، مشيرا بوجود التواء جهة اليمين ، وكذلك العكس لو ان البيانات بها قيم صغيرة ، فإنها تجذب الوسط اليها ، ويدل المنحني التكراري على وجود التواء جهة اليسار ، كما يمكن من خلال الشكل البياني معرفة ما اذا كان توزيع البيانات منبسط ، او مدبب ، وهذا من الناحية البيانية ، الا ان هناك مقاييس كثيرة لوصف البيانات تعتمد في حسابها على مقاييس الترعة المركزية والتشتت معا ، ومنها مقاييس الالتواء والتفلطح.

مقاييس الالتواء

طريقة "بيرسون Person " في قياس الالتواء

هناك طرق لقياس الالتواء ومنها ما يلي:

تأخذ هذه الطريقة في الاعتبار العلاقة بين الوسط والوسيط والمنوال ، في حالة ما اذا كان التوزيع قريب من التماثل وليس شديد الالتواء ، وهذه العلاقة هي:

المنوال = الوسط الحسابي -3 (الوسط الحسابي – الوسيط)

ومن ثم فان طريقة "بيرسون" في قياس الالتواء ، تتحدد بالمعادلة التالية.

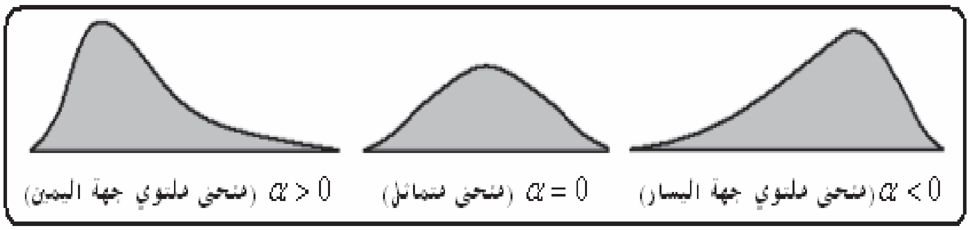
$$\alpha=\frac{3(Mean-Median)}{Stan\ dard\ Deviation}=\frac{3(\bar{x}-Med)}{s}$$

حيث ان α (الفا) هو معامل الالتواء "البيرسون " ، $\bar{x}$ *الوسط الحسابي* ، Med هو الوسيط ، S هو الانحراف المعياري ، ويمكن من خلال الإشارة التي يأخذها هذا المعامل الحكم على شكل الالتواء ، كما يلي :

- اذا كان (الوسط الحسابي = الوسيط) كان قيمة المعامل (α=0) ويدل ذلك على منحني التوزيع التكراري متماثل.

- اذا كان (الوسط الحسابي > الوسيط) كان قيمة المعامل ($a > 0$) ،ويدل ذلك على ان منحني التوزيع التكراري ملتوي جهة اليمين.
- اذا كان (الوسط الحسابي < الوسيط) كان قيمة المعامل ($a < 0$) ،ويدل ذلك على ان منحني التوزيع التكراري ملتوي جهة اليسار.

اشكال التواء البيانات



<u>مثال:</u>

كانت درجات 8 طلاب في الاختبار النهائي في مادة الاحصاء

66 85 52 78 80 91 74 58

والمطلوب:

حساب معامل الالتواء بطريقة "بيرسون"

الدرجة x	x^2
66	4356
85	7225
52	2704
78	6084
80	6400
91	8281
74	5476
58	3364
84	43890

الحل :

حساب معامل الالتواء بطريقة "بيرسون"

- حساب الوسط الحسابي ، والانحراف المعياري:

$$\sum x = 584 \quad , \ \sum x^2 = 43890$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{584}{8} = 74$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum x^2 - (\sum x)^2/n}{n-1}} = \sqrt{\frac{43890 - (584)^2/8}{8-1}}$$

$$\sqrt{\frac{1258}{7}} = \sqrt{179.71428} = 13.406$$

- حساب الوسيط : $\frac{n}{2}, \frac{n}{2}+1$

الوسيط = الوسط الحسابي للقيمتين 78 , 74

$$\frac{74+78}{2} = \frac{152}{2} = 76$$

معامل الالتواء "بيرسون"

$$a = \frac{3(\bar{x} - med)}{s} = \frac{3(73-76)}{13.406} = -0.67$$

اذا منحني توزيع درجات الطلاب ملتوي جهة اليسار.

<u>مقاييس التفرطح</u>:

عند تمثيل التوزيع التكراري في شكل منحني تكراري ، قد يكون المنحني منبسط ، او مدبب ، فعندما يتركز عدد اكبر من القيم بالقرب من منتصف المنحني ، ويقل في طرفية ، يكون المنحني مدببا ، وعندما يتركز عدد اكبر على طرفي المنحني ، ويقل بالقرب من المنتصف يكون المنحني مفرطحا ، او منبسطا، ويظهر ذلك من الشكل التالي:

منحني مدبب منحني مفرطح

ويمكن قياس التفرطح باستخدام عدد من الطرق ، ومنها طريقة العزوم ،حيث يحسب معامل التفرطح (K) بتطبيق المعادلة التالية :

$$k = \frac{\frac{1}{n}\sum (x-\bar{x})^4}{s^4}$$

حيث ان مقدار $\sum (x-\bar{x})^4/n$ هو العزم الرابع حول الوسط ، s هو الانحراف المعياري . ومعامل التفرطح في التوزيع الطبيعي يساوي 3 ، ومن ثم يمكن وصف منحني التوزيع من حيث التفرطح ، والتدبب كما يلي :

- *اذا كان $k=3$ كان منحني توزيعا معتدلا .*
- *اذا كان $k>3$ كان منحني التوزيع مدببا .*
- *اذا كان $k<3$ كان منحني التوزيع منبسطا (مفرطحا).*

وبالتطبيق على بيانات المثال نجد ان $\bar{x} = 73$

x	66	85	52	78	80	91	74	58	584
$(x-\bar{x})$	-7	12	-21	5	7	18	1	-15	0
$(x-\bar{x})^2$	49	144	441	25	49	324	1	225	1258
$(x-\bar{x})^4$	2401	20736	194481	625	2401	104976	1	50625	376246

ومن البيانات أعلاه نجد ان :

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{1258}{7}} = 13.406$$

$$\frac{1}{n}\sum (x-\bar{x})^4 = \frac{1}{8}\,(376246) = 47030.75$$

اذا كان معامل التفرطح هو

$$K= \frac{47030.75}{(13.406)^4} = \frac{47030.75}{(32299.58)} = 1.456$$

اذا شكل توزيع بيانات الدرجات مفرطح.