## 4-1-10- مخطط السيطرة النوعية لنسبة الوحدات المعابة *P- Chart* :

**يتم إستخدام هذا النوع من المخططات للسيطرة على النوعية فيما يخص نسبة المعاب ضمن المفردات المنتجة لمنتوج معين أو لماكنة معينة أو لوجبة عمل معينة . ويكون حدي السيطرة النوعية الأوليين ، كما يلي :**

$$UCL(\overline{P}) = \overline{P} + 3 * \sqrt{\frac{\overline{P}(1-\overline{P})}{m}} \quad and \quad LCL(\overline{P}) = \overline{P} - 3 * \sqrt{\frac{\overline{P}(1-\overline{P})}{m}}$$

**إذ إن $m$ تمثل حجم العينة لكل وجبة عمل .**

**$\overline{P} = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_i}{n}$ تمثل متوسط نسبة الوحدات المعابة للعينة المختارة .**

**ثم نقارن نسبة الوحدات المعابة مع حدي السيطرة الأوليين ، فإذا وقعت جميعها ضمن حدي السيطرة النوعية فيعتبر هذان الخطان نهائيان ، أما إذا وقعت واحدة أو أكثر من قيم $P_i$ خارج حدي السيطرة فيعاد إحتساب حدي السيطرة النوعية بعد إستبعاد العينات الواقعة خارج حدي السيطرة الأوليين .**

**أما الشروط اللازمة لإعداد هذه اللوحة هي :**

1. **يكون سحب العينات بصورة متتابعة وبفترات زمنية محددة ومنظمة .**
2. **تساوي حجم العينة المسحوبة ويفضل سحب عينات بعدد كبير من المفردات تكون بين (100 – 30 ) مفردة .**

**<u>مثال-2</u> : سحبت 25 عينة من منتوج ما لإحدى المصانع تتكون كل عينة من 200 وحدة إنتاجية ، فوجد إن عدد الوحدات المعابة في كلٍ منها كالآتي :**

***2 , 3 , 4, 0 , 5, 2 , 13 , 2, 3 , 10, 3 , 0 , 4, 2 , 1, 4 , 5 , 3, 5 , 4, 1 , 2, 6 , 2 ,5***

**أوجد حدي السيطرة النوعية لنسبة الوحدات المعابة .**

**<u>الحل</u> :**

| n | defective | $P_i$ | | n | defective | $P_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 0.010 | | 14 | 2 | 0.010 |
| 2 | 3 | 0.015 | | 15 | 1 | 0.005 |
| 3 | 4 | 0.020 | | 16 | 4 | 0.020 |
| 4 | 0 | 0.000 | | 17 | 5 | 0.025 |
| 5 | 5 | 0.025 | | 18 | 3 | 0.015 |
| 6 | 2 | 0.010 | | 19 | 5 | 0.025 |
| 7 | 13 | 0.065 | | 20 | 4 | 0.020 |
| 8 | 2 | 0.010 | | 21 | 1 | 0.005 |
| 9 | 3 | 0.015 | | 22 | 2 | 0.010 |
| 10 | 10 | 0.050 | | 23 | 6 | 0.030 |
| 11 | 3 | 0.015 | | 24 | 2 | 0.010 |
| 12 | 0 | 0.000 | | 25 | 5 | 0.025 |
| 13 | 4 | 0.020 | | $\sum$ | 91 | 0.455 |

$$\overline{P} = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_i}{n} = \frac{0.455}{25} = 0.0182$$

$$UCL(P) = \overline{P} + 3 * \sqrt{\frac{\overline{P}(1-\overline{P})}{m}} = 0.0182 + 3 * \sqrt{\frac{0.0182 * (1-0.0182)}{200}} = 0.0466$$

$$LCL(P) = \overline{P} - 3 * \sqrt{\frac{\overline{P}(1-\overline{P})}{m}} = 0.0182 - 3 * \sqrt{\frac{0.0182 * (1-0.0182)}{200}} = -0.010 \cong 0$$

ومن مقارنة قيم $P_i$ مع حدي السيطرة الأوليين أعلاه ، نلاحظ إن قيم $P_i$ التي تقع خارج هذين الحدين هما :

| $n$ | $Def.$ | $P_i$ |
|---|---|---|
| 7 | 13 | 0.065 |
| 10 | 10 | 0.050 |
| $\sum$ | 23 | 0.115 |

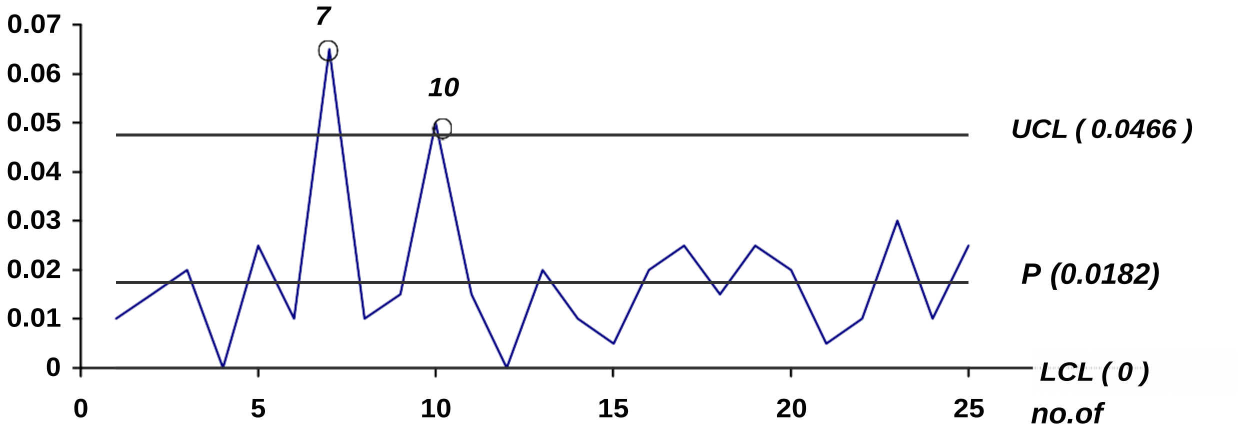
وبإستبعادهما نحصل على حدي السيطرة النهائيين ، وكما يلي :

$$\overline{P}_{new} = \frac{0.455 - 0.115}{25 - 2} = 0.0147$$

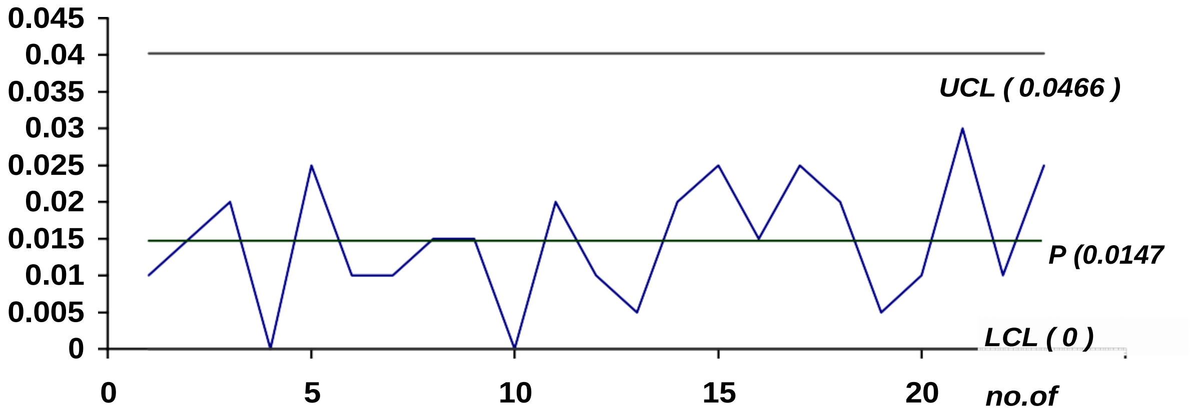
$$UCL(P)_{new} = 0.0147 + 3 * \sqrt{\frac{0.0147 * (1-0.0147)}{200}} = 0.0402$$

$$LCL(P)_{new} = 0.0147 - 3 * \sqrt{\frac{0.0147 * (1-0.0147)}{200}} = -0.0108 \cong 0$$

**المخطط الأولي للسيطرة النوعية لنسبة الوحدات المعابة**



**المخطط النهائي للسيطرة النوعية لنسبة الوحدات المعابة**




## 10 - 2 - <u>مستوى الجودة</u> :

**لتقييم مستوى الجودة لا بد من مطابقة حدود لوحة السيطرة مع حدود لوحة المواصفات ، فإذا كانت نتيجة المطابقة وقوع حدي لوحة السيطرة ضمن حدي لوحة المواصفات ، فإن هذا يدل على أحكام السيطرة على العمليات الإنتاجية ، أما إذا كانت نتيجة المطابقة خروج أحد حدود لوحة السيطرة أو كلا الحدين عن حدود لوحة المواصفات فهذا يشير إلى إن الإنتاج غير مرضي مما يتطلب إتخاذ الإجراءات اللازمة لضمان تحقيق المواصفات وبحدود السماحات المثبتة والتي وضعت أساساً بعد التأكد من إن قابلية العمال ودقة المكائن قادرة على تحقيقها .**

**وللتأكد من مستوى الجودة لا بد من إستخدام بعض الأساليب الرياضية التي يمكن خلالها التعرف على مدى مطابقة الإنتاج للمواصفات المحددة مسبقاً .**

**وإن أحد هذه الأساليب هو :** $\frac{3\sigma}{T} \le 1$ **حيث إن** $T$ **تمثل مقدار السماح .**

**كما يمكن إيجاد عدد الإنحرافات المعيارية** $N_\sigma$ **من العلاقة :** $N_\sigma = \frac{T}{\sigma}$ **.**

**من الجدول أدناه ، يمكن إيجاد نصف المساحة تحت المنحني الطبيعي والنسبة للوحدات المعابة :**

| $N_\sigma$ | *1/2 area* | *Def. %* |
|---|---|---|
| **0.00** | **0.500** | **100.0** |
| **0.25** | **0.401** | **80.2** |
| **0.50** | **0.309** | **61.8** |
| **0.75** | **0.227** | **45.4** |
| **1.00** | **0.159** | **30.8** |
| **1.25** | **0.106** | **21.2** |
| **1.50** | **0.067** | **13.4** |
| **1.75** | **0.040** | **8.0** |
| **2.00** | **0.023** | **4.6** |
| **2.25** | **0.012** | **2.4** |
| **2.50** | **0.006** | **1.2** |
| **2.75** | **0.003** | **0.6** |
| **3.00** | **0.001** | **0.2** |

**وكما موضح في الشكل أدناه :**

**<u>مثال-3</u> : من بيانات المثال الول ، أوجد مستوى جودة افنتاج ونسبة الوحدات المعابة .**

**<u>الحل</u> : رجوعاً لبيانات المثال-1 نجد إن $\sigma = 1.34$ وإن مقدار السماح لحدي السيطرة النهائي للوسط الحسابي هو : $T = 39.011 - 36.86 = 2.151$ ، وعليه فإن مستوى الجودة يكون :**

$$\frac{3\sigma}{T} = \frac{3 * 1.34}{2.151} = 1.87 > 1$$

**ولكون خارج القسمة أكبر من الواحد فهذا يعني إن الإنتاج واقع خارج حدود السيطرة وإنه يحتوي على كمية من الوحدات المعابة .**

**لحساب النسبة المئوية للوحدات المعابة نجد عدد الإنحرافات المعيارية :**

$$N_\sigma = \frac{T}{\sigma} = \frac{2.151}{1.34} = 1.6$$

**وبإستخدام الجدول السابق ، نجد إن 1.6 من الإنحرافات المعيارية يقابل نسبة وحدات معابة مقدارها 11% تقريبًا ويمكن تمثيله بالشكل الآتي :**

## <u>الفحص بالعينات :</u>

مما لاشك فيه إن أبسط طريقة لضبط الجودة تتمثل بالفحص الشامل لجميع السلع المنتجة وعزل المعاب منها ولكن هذه الطريقة غير إقتصادية واحيانًا يستحيل تطبيقها ولأسباب سبق ذكرها سابقاً .

لذا فإن إتخاذ القرار لقبول الإنتاج أو رفضه بإستخدام أسلوب الفحص العيني يعتمد على نسبة المعاب في العينة المسحوبة بطريقة عشوائية .

وفي الواقع العملي ، إذا كانت عدد الوحدات المعابة المتفق عليها لقبول الدفعة أقل من $d$ ، قد يظهر بالصدفة في عينة معينة أقل من $d$ مفردة معابة لذا تقبل الدفعة على هذا الأساس في حين كان يجب رفضها لإحتوائها على مفردات معابة أكثر من النسبة المتفق عليها وهذا يشكل مخاطرة المستهلك ***Consumer's risk*** وقد يظهر في الصدفة في عينة أخرى $d$ من المفردات المعابة وترفض هذه الدفعة على هذا الأساس ،في حين كان يجب قبولها لإحتوائها على مفردات معابة أقل من النسبة المسموح بها وهذا يشكل مخاطرة المنتج ***Producer's risk*** .

وعلى فرض إن مستوى الجودة للقبول هو $d_1$ ومستوى الجودة المحددة هو $d_2$ . فعند $d_1$ يكون إحتمال قبول الدفعة هو $P_1$ لهذا فإحتمال رفضها يكون $(1-P_1)$ إذ تمثل مخاطرة المنتج (إحتمال رفض الدفعة خطأ ويفترض إنها تقبل ) ، أما إذا تعرضت دفعة معينة لمستوى $d_2$ أو أقل بسبب فحص عينة قليلة العيوب بالصدفة وقبلت الدفعة في حين كان المفروض رفضها ن فإن هذا يشكل مخاطرة المستهلك وليكن $P_2$ ، وكما موضحة في الشكل :

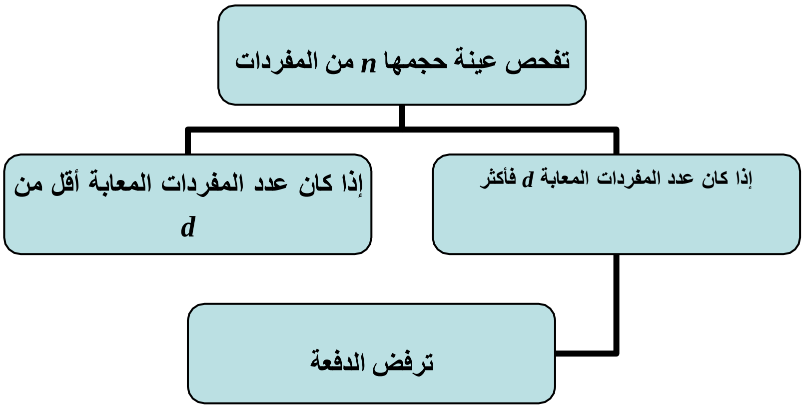
أما أنواع الخطط للفحص العيني فهي :

أ- <u>الفحص العيني الأحادي</u> : يعتمد قرار قبول أو رفض المنتج طبقاً لهذه الخطة على نتائج فحص عينة واحدة مسحوبة بطريقة عشوائية من الإنتاج ويتخذ القرار إستناداً إلى عدد الوحدات المسموح بها من القطع المعابة في العينة .

إذا سحبت عينة عشوائية بحجم $n$ مفردة وكانت عدد الوحدات المعابة المتفق عليها لقبول الدفعة أقل من $d$ فنتيجة الفحص تكون :

- إذا وجد في العينة أقل من $d$ مفردة معابة تقبل الدفعة .
- إذا وجد في العينة $d$ من المفردات المعابة أو أكثر ترفض الدفعة أو تفحص فحصاً شاملاً.

وكما في الشكل أدناه :




ب- <u>الفحص العيني الثنائي</u> : يعتمد إتخاذ القرار في حالة الفحص العيني الثنائي إستناداً لنتائج فحص عينتين وبالترتيب التالي :

تسحب عينة وتفحص الحالات التالية :

العينة جيدة – لهذا تقبل الدفعة .

العينة غير جيدة – ترفض الدفعة .

العينة ليست جيدة ولاسيئة – لهذا تؤخذ عينة ثانية وتفحص .

إتخاذ القرار في هذه الحالة يعتمد على عدد الوحدات المعابة في العينتين معاً ، وكما موضحة في الشكل أدناه بإفتراض إن :

$d_1$ يمثل أقل عدد من الوحدات المعابة المسموح بها في العينة الأولى .

$d_2$ يمثل أكبر عدد من الوحدات المعابة المسموح بها في العينة الأولى .

$d_3$ يمثل أكبر عدد من الوحدات المعابة المسموح بها في العينتين معاً .

ج-<u>الفحص العيني المتعدد</u> : في حالة عدم التوصل لإتخاذ قرار بإتباع الفحص العيني الثنائي تتحتم ضرورة سحب عينة ثالثة أو عدد من العينات . ويعتمد هذا العدد على كلفة الفحص ودرجة الدقة المطلوبة وطبيعة العمليات التصنيعية ومستوى مهارة المنفذين لها . والشكل ادناه يوضح هذه الحالة بإفتراض إن :

$d_{11}$ يمثل أقل عدد من الوحدات المعابة المسموح بها في العينة الأولى .

$d_{12}$ يمثل أكبر عدد من الوحدات المعابة المسموح بها في العينة الأولى .

$d_{21}$ يمثل أقل عدد من الوحدات المعابة المسموح بها في العينتين معاً .

$d_{22}$ يمثل أكبر عدد من الوحدات المعابة المسموح بها في العينتين معاً .

:

:

$d_r$ يمثل عدد الوحدات المعابة المسموح بها في كل العينات $r$ .

**توزيع ثنائي الحدين *Binomial distribution*** : إذا سحبت عينة عشوائية بحجم $n$ من الوحدات الإنتاجية وبإفتراض إن نسبة الوحدات المعابة في الإنتاج هو $p$ ، فإن إحتمال الحصول على $x$ من الوحدات المعابة في العينة المسحوبة حسب توزيع ثنائي الحدين سيكون :

$$P(x) = C_x^n . p^x (1-p)^{n-x} , \quad x = 0,1,2,...,n$$

$$Where: \quad C_x^n = \frac{n!}{x!.(n-x)!} \quad , \quad n! = n(n-1)(n-2)...2.1$$

**<u>مثال 4</u> : في مصنع لإنتاج المصابيح تنص خطة فحص الإنتاج على سحب عينة بحجم 10 مفردات بطريقة عشوائية خلال كل ساعة من ساعات وجبة العمل . وإزاء ذلك إذا لم يظهر في العينة إي مصباح معاب فعندئذٍ تقبل الدفعة ، أما إذا ظهر فيها أكثر من مصباحين معابين فإنه يجب رفض هذه الدفعة وضرورة إخضاع الإنتاج للفحص الشامل . وفي حالة ظهور مصباح واحد أو إثنين معابين يجب عند ذلك سحب عينة بحجم 20 مفردة وخلال ذلك إذا وجد في العينتين مصباحين أو أقل تقبل الدفعة إلا إنه إذا ظهر خلاف ذلك أي أكثر من مصباحين معابين فعندئــذٍ ينبغي رفض الدفعة وإخضاع الإنتاج للفحص الشامل .**

**أوجد معادلة إحتمال قبول الدفعة بدلالة نسبة المعاب بين 0.01 و 0.03 ومعرفة إحتمال مخاطرة المنتج عند نسبة معاب 0.025 وكذلك إحتمال مخاطرة المستهلك عند نسبة معاب 0.20.**

**<u>الحل</u>: يمكن توضيح المسألة أعلاه بالمخطط التالي :**

**إحتمال قبول أي من الدفعتين $P$ = إحتمال عدم ظهور مصباح معاب في العينة الأولى + إحتمال ظهور مصباح معاب في العينة الأولى وعدم ظهور مصباح معاب في العينة الثانية + إحتمال ظهور مصباح معاب في العينة الأولى ومصباح معاب واحد في العينة الثانية + إحتمال ظهور مصباحين معابين في العينة الأولى وعدم ظهور مصباح معاب في العينة الثانية .**

$$P = P_1(0) + P_1(1) \,.\, P_2(0) + P_1(1) \,.\, P_2(1) + P_1(2) \,.\, P_2(0)$$

**باعتبار إن $P_1(x)$ يمثل إحتمال ظهور $x$ من المصابيح المعابة في العينة الأولى .**

**$P_2(x)$ يمثل إحتمال ظهور $x$ من المصابيح المعابة في العينة الثانية .**

**لذا فإن :**

$$P_1(x) = C_x^{10} p^x (1-p)^{10-x} \quad , \quad x = 0,1,2,...,10$$

$$P_1(0) = C_0^{10} p^0 (1-p)^{10-0} = (1-p)^{10}$$

$$P_1(1) = C_1^{10} p^1 (1-p)^{10-1} = 10\,p(1-p)^9$$

$$P_1(2) = C_2^{10} p^2 (1-p)^{10-2} = 45\,p^2 (1-p)^8$$

$$P_2(x) = C_x^{20} p^x (1-p)^{20-x} \quad , \quad x = 0,1,2,...,20$$

$$P_2(0) = C_0^{20} p^0 (1-p)^{20-0} = (1-p)^{20}$$

$$P_2(1) = C_1^{20} p^1 (1-p)^{20-1} = 20\,p(1-p)^{19}$$

$$P(p) = (1-p)^{10} + 10\,p(1-p)^9 (1-p)^{20} + 10\,p(1-p)^9 .20\,p(1-p)^{19} + 45\,p^2 (1-p)^8 (1-p)^{20}$$

$$P(p) = (1-p)^{10}\left[1 + 10\,p(1-p)^{18}(1 + 23.5\,p)\right]$$

وعند تعويض قيم مختلفة فيما يخص نسب المعاب $p$ في المعادلة أعلاه نحصل على الجدول :

| $p$ | 0.01 | 0.03 | 0.05 | 0.10 | 0.15 | 0.20 | 0.25 | 0.30 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | 0.998 | 0.955 | 0.857 | 0.524 | 0.269 | 0.129 | 0.062 | 0.029 |

لذا فإحتمال مخاطرة المنتج بنسبة معاب 0.025 تكون :

$$1 - P(0.025) = 1 - (1 - 0.025)^{10} \{ 1 + 10 * 0.025 * (1 - 0.025)^{18} (1 + 23.5 * 0.025) \}$$
$$= 0.03$$

أي إحتمال مخاطرة المنتج هو 3% .

أما إحتمال مخاطرة المستهلك بنسبة معاب 0.20 من الجدول أعلاه تكون 12.9% .