اسم المادة : تحليلات هندسيه وعدديه

اسم التدريسي : أ. م. د محمد علي صيهود

المرحلة : الثالثه

السنة الدراسية : 2023-2024

عنوان المحاضرة: matrix

Matrix Algebra

جبر المصفوفات: المقصود بالمصفوفة بانها مجموعة من الارقام ليس بالشرط ان تكون قيمتها مهمه بل الاهمية تكمن في موقها ضمن المصفوفة.

1- مقلوب المصفوفة Transpose of Matrix

يعرف مقلوب المصفوفة كما يلي:

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 6 & 7 & 2 \end{bmatrix} \qquad \therefore A^T=\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 7 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

أذا كان حجم المصفوفة (A) تساوي (PxQ) فان حجم مقلوبها (A^T) هو (QxP).

2- جمع وطرح المصفوفات:

يتم جمع او طرح اي مصفوفة مع أخرى بشرط ان يكون حجم المصفوفتين متاويين اذ يتم جمع او طرح نظائر كل عنصر وكما يلي:

$$A(i,j)+B(i,j)=(A+B)(i,j)$$
$$A(i,j)-B(i,j)=(A-B)(i,j)$$

Ex: if $A=\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -4 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\qquad B=\begin{bmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 4 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

$$\therefore A+B=\begin{bmatrix} 3+0 & 3+2 & -1+2 \\ -4+4 & 0-2 & 2+1 \end{bmatrix}$$

$$A+B=\begin{bmatrix}3 & 5 & 1\\0 & -2 & 3\end{bmatrix}$$

3- ضرب المصفوفات Matrix Multiplication :

لتكن (A) ذات حجم (3x2)

$$A=\begin{bmatrix}2 & 1 & 2\\1 & 2 & 3\end{bmatrix}$$

وان (B) ذات حجم (2x3)

$$B=\begin{bmatrix}3 & 2\\1 & 2\\2 & 0\end{bmatrix}$$

فان (C) ستكون حاصل ضرب (A) ب (B) ذات حجم (2x2)

$$A=\begin{bmatrix}11 & 6\\11 & 6\end{bmatrix}$$

4- معكوس المصفوفة Matrix inversion:

The inverse of a nonsingular nxn matrix $A=\left[a_{jk}\right]$ is given by:

E-mail: mohammed.ali.saihood@uomus.edu.iq

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}\left[C_{ij}\right]^{T} = \frac{1}{\det A}\begin{bmatrix} c_{11} & c_{21} & \ldots\ldots & c_{n1} \\ c_{21} & c_{22} & \ldots\ldots & c_{n2} \\ . & . & \ldots\ldots & . \\ c_{1n} & c_{2n} & \ldots\ldots & c_{nn} \end{bmatrix}$$

Where C_{ij} is the cofactor of a_{jk} in det A.

In particular, the inverse of

$$A = \begin{bmatrix} 11 & 6 \\ 11 & 6 \end{bmatrix}$$

Is $A^{-1} = \frac{1}{\det A}\begin{bmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}$

Ex: $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ find the inverse matrix?

Solution:

We obtain detA= (3*4-2*1)=10

$$C_{11} = (-1)^{(1+1)}\left|4\right| = 4$$

$$C_{12} = (-1)^{(1+2)}\left|2\right| = -2$$

$$C_{21} = (-1)^{(2+1)}\left|1\right| = -1$$

$$C_{22} = (-1)^{(2+2)}\left|3\right| = 3$$

E-mail: mohammed.ali.saihood@uomus.edu.iq

$$C_{ij}=\begin{bmatrix}4 & -2\\ -1 & 3\end{bmatrix} \Rightarrow \left(C_{ij}\right)^{T}=\begin{bmatrix}4 & -1\\ -2 & 3\end{bmatrix}$$

$$\therefore A^{-1}=\frac{1}{10}\begin{bmatrix}4 & -1\\ -2 & 3\end{bmatrix}$$

Ex: Find the inverse of the matrix

$$A=\begin{bmatrix}-1 & 1 & 2\\ 3 & -1 & 1\\ -1 & 3 & 4\end{bmatrix}$$

Solution:

$$\det A=(-1)(-7)-(1)(13)+2(8)=10$$

$$C_{11}=\begin{vmatrix}-1 & 1\\ 3 & 4\end{vmatrix}=-7$$

$$C_{12}=-\begin{vmatrix}3 & 1\\ -1 & 4\end{vmatrix}=-13$$

$$C_{13}=\begin{vmatrix}3 & -1\\ -1 & 3\end{vmatrix}=8$$

$$C_{21}=-\begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{vmatrix}=2$$

$$C_{22}=\begin{vmatrix}-1 & 2\\ -1 & 4\end{vmatrix}=-2$$

E-mail: mohammed.ali.saihood@uomus.edu.iq

$$C_{32} = -\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 7$$

$$C_{23} = -\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 2$$

$$C_{31} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 3$$

$$C_{33} = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -2$$

$$\therefore C_{ij} = \begin{bmatrix} -7 & -13 & 8 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 7 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \left(C_{ij}\right)^T = \begin{bmatrix} -7 & 2 & 3 \\ -13 & -2 & 7 \\ 8 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{10}\begin{bmatrix} -7 & 2 & 3 \\ -13 & -2 & 7 \\ 8 & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

E-mail: mohammed.ali.saihood@uomus.edu.iq