



اسم المادة : تحليلات هندسية وعدديه

اسم التدريسي : أ.م. د محمد علي صيهود

المرحلة : الثالثه

السنة الدراسية : 2024-2023

عنوان المحاضرة: Determinants



Determinants and Matrices

1- Definition of Determinant تعريف المحدد

المحدد: هو دالة معينة لها مقدار محدد ال يتبدل يتكون من مجموعة من العناصر المرتبة في n من الصفوف و n من الأعمدة وبذلك يجب ان يكون المحدد مربع (عدد الصفوف = عدد الأعمدة).

The general form of determinant:

$$[A] = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

حيث:

i رقم السطر

j رقم العمود

كيفية استخراج قيمة المحدد:

1- إذا كان المحدد من الدرجة الثانية (Determinant Order Second)



اسم المادة : تحليلات هندسية وعدديه

اسم التدريسي : أ.م. د محمد علي صيهود

المرحلة : الثالثة

السنة الدراسية : 2024-2023

عنوان المحاضرة: Determinants



$$|A|_{2 \times 2} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

$$|A| = (a_{11} \times a_{22}) - (a_{12} \times a_{21})$$

$$\text{Ex: } |A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} \Rightarrow |A| = (2 \times 5) - (4 \times 3) = -2$$

2- إذا كان المحدد من الدرجة الثالثة (Determinant Order Third) :

-الطريقة الاولى:

$$A = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{vmatrix} a & b & c & a & b \\ d & e & f & d & e \\ g & h & i & g & h \end{vmatrix}$$

$$A = (a \cdot e \cdot i) + (b \cdot f \cdot g) + (c \cdot d \cdot h) - (c \cdot e \cdot g) - (a \cdot f \cdot h) - (b \cdot d \cdot i)$$

$$\text{Ex: Find the determinant } A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Solution:



اسم المادة : تحليلات هندسيه وعدديه

اسم التدريسي : أ.م. د محمد علي صيهود

المرحلة : الثالثه

السنة الدراسية : 2023-2024

عنوان المحاضرة: Determinants



$$A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 & | & 2 & 3 \\ 5 & 0 & -1 & | & 5 & -1 \\ 3 & 1 & 2 & | & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A = (2 \cdot 2 \cdot 0) + (3 \cdot -1 \cdot 3) + (1 \cdot 5 \cdot 1) - (1 \cdot 0 \cdot 3) - (2 \cdot -1 \cdot -1) - (3 \cdot 5 \cdot 2) = -32.$$

الطريقة الثانية:

1- نقوم بتثبيت أي سطر أو أي عمود ويفضل الذي يحتوي على أكبر عدد من الرقم (0)

2- نأخذ ارقام ذلك السطر أو العمود المثبت بالتسلسل ونحذف عموده وسطره ويضرب في المصفوفة المتبقية.

3- يراعى في ذلك إشارة الرقم بالاعتماد على موقعه، حيث يتم تحديد إشارة الموقع من $(-1)^{i+j}$

$$A = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = (-1)^{(1+1)} xa \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} + (-1)^{(1+2)} xb \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + (-1)^{(1+3)} xc \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$

$$= a \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$

Ex: Find value of determinate $A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$



اسم المادة : تحليلات هندسية وعدديه

اسم التدريسي : أ.م. د محمد علي صيهود

المرحلة : الثالثه

السنة الدراسية : 2023-2024

عنوان المحاضرة: Determinants



Solution:

في هذا المثال يمكن تثبيت السطر الثاني او العمود الثاني النهما يحتويان على (0) وسوف نثبت السطر الثاني.

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = (-1)^{(2+1)} x 5 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{(2+2)} x 0 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{(2+3)} x -1 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= -5(3*2-1*2)+0+1(2*1-3*3)=-32$$

3- إذا كان المحدد من الدرجة الرابعة (Fourth Order Determinant) :

لإيجاد قيمة المحدد من الدرجة الرابعة سوف نستخدم الطريقة الثانية للمحدد من الدرجة الثالثة.

Ex: if $A = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -4 & 6 \\ 0 & 5 & 9 & -12 \\ 0 & 2 & 6 & -1 \\ -3 & 8 & 9 & 1 \end{vmatrix}$ Find value of determinant

Solution:

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -4 & 6 \\ 0 & 5 & 9 & -12 \\ 0 & 2 & 6 & -1 \\ -3 & 8 & 9 & 1 \end{vmatrix} = (-1)^{(1+1)} * 2 \begin{vmatrix} 5 & 9 & -12 \\ 2 & 6 & -1 \\ 8 & 9 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^{(1+2)} * -4 \begin{vmatrix} 0 & -4 & 6 \\ 5 & 9 & -12 \\ 2 & 6 & -1 \end{vmatrix} + (-1)^{(1+3)} * 6 \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$



اسم المادة : تحليلات هندسيه وعدديه
اسم التدريسي : أ.م. د محمد علي صيهود
المرحلة : الثالثه
السنة الدراسية : 2024-2023
عنوان المحاضرة: **Determinants**



$$\begin{vmatrix} 5 & 9 & -12 \\ 2 & 6 & -1 \\ 8 & 9 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 5 & 9 \\ 2 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} = 345$$

$$\begin{vmatrix} 0 & -4 & 6 \\ 5 & 9 & -12 \\ 2 & 6 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & -4 \\ 5 & 9 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = 148$$

$$A=2*234+3*148=1134.$$