مثال (3.1)

اوجد الصيغة القياسية لنموذج البرمجة الخطية الاتي:

$$Max.Z = 15X_1 + 25X_2$$

Sub. to:

$$3X_1 + 5X_2 \leq 30$$

$$4X_1 + 6X_2 \leq 40$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

الحل:

$$Max.Z = 15X_1 + 25X_2$$

Sub. to:

$$3X_1 + 5X_2 + S_1 = 30$$

$$4X_1 + 6X_2 + S_2 = 40$$

$$X_1, X_2, S_1, S_2 \geq 0$$

مثال (4.1)

اوجد الصيغة القياسية لنموذج البرمجة الخطية الاتي:

$$Max: Z = X_1 + 2X_2$$

Sub. to:

$$3X_1 + 4X_2 \geq 12$$

$$4X_1 + 2X_2 \geq 18$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

الحل:

$$Max.Z = X_1 + 2X_2 - MR_1 - MR_2$$

Sub. to:

$$3X_1 + 4X_2 - S_1 + R_1 = 12$$

$$4X_1 + 2X_2 - S_2 + R_2 = 18$$

$$X_1, X_2, S_1, S_2, R_1, R_2 \geq 0$$

مثال (5.1)

اوجد الصيغة القياسية لنموذج البرمجة الخطية الاتي:

$$Min.Z = 3X_1 + 2X_2 + 3X_3 + X_4$$

Sub. to:

$$2X_1 + 4X_2 + 5X_4 \geq 30$$

$$2X_1 + 2X_2 + X_3 = 50$$

$$2X_1 + X_2 + X_3 + 3X_4 \leq 40$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

الحل:

$$Min.Z = 3X_1 + 2X_2 + 3X_3 + X_4 + MR_1 + MR_2$$

Sub. to:

$$2X_1 + 4X_2 + 5X_4 - S_1 + R_1 = 30$$

$$2X_1 + 2X_2 + X_3 + R_2 = 50$$

$$2X_1 + X_2 + X_3 + 3X_4 + S_2 = 40$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, S_1, S_2, R_1, R_2 \geq 0$$

H.W 1.3

اوجد الصيغ القياسية لنماذج البرمجة الخطية الاتي:

i. $Min.Z = 3X_1 + 2X_2$

Sub. to:

$$2X_1 + 4X_2 \geq 30$$

$$2X_2 = 20$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

ii. $Max.Z = 3X_1 + X_2 + 2X_3$

Sub. to:

$$2X_1 + X_2 + 4X_3 \leq 30$$

$$X_1 + 2X_2 + X_3 \leq 40$$

$$2X_1 + \frac{1}{2}X_2 = 50$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

iii. $Min.Z = X_1 + \frac{2}{3}X_2 + 3X_3 + 2X_4$

Sub. to:

$$2X_1 = 30$$

$$X_3 = 22$$

$$2X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 3X_4 \geq 26$$

$$\frac{1}{3}X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 4X_4 = 18$$

$$3X_1 + X_3 + 3X_4 \geq 24$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

طرائق حل مشكلات البرمجة الخطية

1. الطريقة البيانية Graphical Method
2. الطريقة الجبرية Algebraic Method
3. الطريقة المبسطة Simplex Method

وسيتم توضيح كل واحدة منها بالتفصيل.

الطريقة البيانية The Graphical Method

وهي من ابسط الطرائق التي يتم اتباعها لايجاد الحل الامثل لمشكلة البرمجة الخطية. يمكن تطبيق هذه الطريقة مهما كان عدد القيود في النموذج ولكن بشرط ان يكون عدد المتغيرات هو اثنان فقط.

خطوات تطبيق طريقة الرسم البياني:

1. ايجاد احداثيات كل قيد على حدة.
2. رسم القيود وتحديد منطقة الحلول الممكنة (وهي منطقة الحل المشتركة بين كل القيود).
3. تحديد وحساب احداثيات نقاط التقاطع الاساسية التي تحدد منطقة الحلول الممكنة.
4. تعويض نقاط التقاطع في دالة الهدف.
5. القرار ويتضمن اختيار الحل الامثل من بين نقاط التقاطع بما يحقق افضل نتيجة في دالة الهدف.

مثال (6.1)

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية الاتي:

$$Max.Z = 15X_1 + 10X_2$$

Sub. to:

$$3X_1 + 5X_2 \leq 30$$

$$4X_1 + 6X_2 \leq 40$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

الحل:

1. احداثيات القيود

احداثيات القيد الاول

$3X_1 + 5X_2 = 30$

If $X_1=0$ ➡ $5X_2=30$ ➡ $X_2=6$ A(0,6)

If $X_2=0$ ➡ $3X_1=30$ ➡ $X_1=10$ B(10,0)

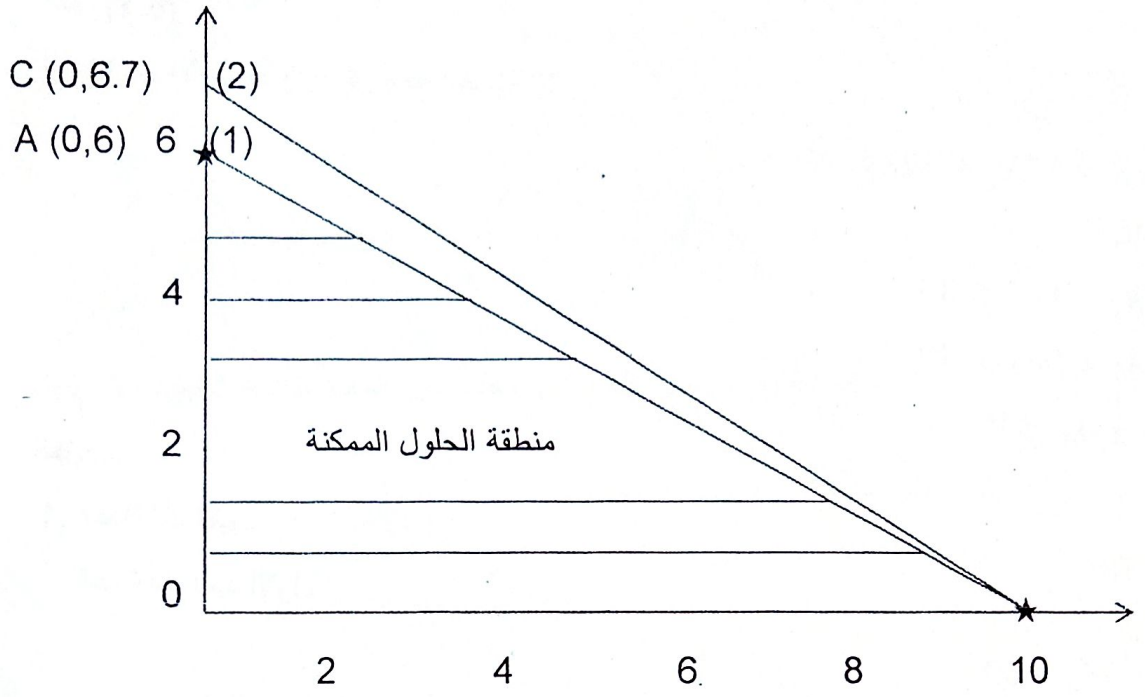
احداثيات القيد الثاني

$4X_1 + 6X_2 = 40$

If $X_1=0$ ➡ $6X_2=40$ ➡ $X_2=6.7$ C(0,6.7)

If $X_2=0$ ➡ $4X_1=40$ ➡ $X_1=10$ D(10,0)

2. رسم القيود وتحديد منطقة الحلول الممكنة



3. تحديد نقاط التقاطع وتعويضها في دالة الهدف

نقاط التقاطع	$Z = 15X_1 + 10X_2$	Max.Z
A(0,6)	Z = 10*6 = 60	
B(10,0)	Z = 15*10 = 150	150

4. القرار

انتاج (10) وحدات من المادة الاولى وعدم انتاج اي وحدة من المادة الثانية لتحقيق اعظم ربح ومقداره (150).

مثال (7.1)

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية الاتي:

$$Min.Z = 5X_1 + 3X_2$$

Sub. to:

$$3X_1 + 6X_2 \leq 18$$

$$5X_1 + 3X_2 \geq 15$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

الحل:

1. احداثيات القيود

احداثيات القيد الاول

$3X_1 + 6X_2 = 18$

If $X_1=0 \rightarrow 6X_2=18 \rightarrow X_2=3$ A(0,3)

If $X_2=0 \rightarrow 3X_1=18 \rightarrow X_1=6$ B(6,0)

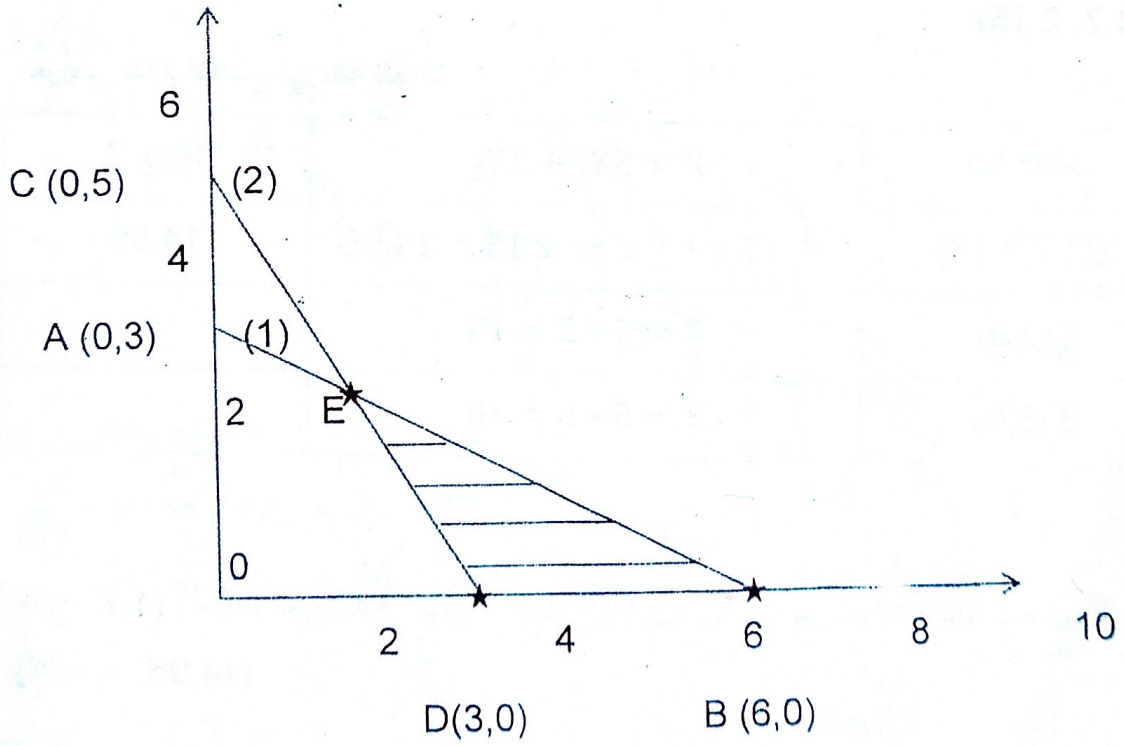
احداثيات القيد الثاني

$5X_1 + 3X_2 = 15$

If $X_1=0 \rightarrow 3X_2=15 \rightarrow X_2=5$ C(0,5)

If $X_2=0 \rightarrow 5X_1=15 \rightarrow X_1=3$ D(3,0)

2. رسم القيود وتحديد منطقة الحلول الممكنة



3. تحديد وحساب احداثيات نقاط التقاطع

حساب احداثيات النقطة E

$3X_1 + 6X_2 = 18$ (1)

$5X_1 + 3X_2 = 15$ (2)

ضرب المعادلة (2) * 2 ، ينتج:

$3X_1 + 6X_2 = 18$ (1)

$10X_1 + 6X_2 = 30$ (3)

$-7X_1 = -12$ بالطرح

$X_1 = 1.7$

بالتعويض في المعادلة (1) ينتج:

$3*1.7+6X_2 = 18$

$6X_2 = 18-5.1$

$X_2 = 2.15$

E (1.7, 2..15)

4. تعويض نقاط التقاطع في دالة الهدف

نقاط التقاطع	$Z = 5X_1 + 3X_2$	$Min.Z$
E(1.7,2.15)	$Z = 5 * 1.7 + 3 * 2.15 = 14.95$	14.95
D(3,0)	$Z = 5 * 3 = 15$	
B (6,0)	$Z = 5 * 6 = 30$	

5. القرار

انتاج (1.7) وحدات من المادة الاولى و انتاج (2.15) وحدات من المادة الثانية لتحقيق اقل كلفة ومقدارها (14.95).

مثال (8.1)

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية الاتي:

$$Min.Z = 4X_1 + 4X_2$$

Sub. to:

$$6X_1 + 4X_2 \leq 60$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 20$$

$$X_1 \geq 8$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

الحل:

1. احداثيات القيود

احداثيات القيد الاول

$6X_1 + 4X_2 = 60$

If $X_1=0$ ➡ $4X_2=60$ ➡ $X_2=15$ A(0,15)

If $X_2=0$ ➡ $6X_1=60$ ➡ $X_1=10$ B(10,0)

احداثيات القيد الثاني

$X_1 + 2X_2 = 20$

If $X_1=0$ ➡ $2X_2=20$ ➡ $X_2=10$ C(0,10)

If $X_2=0$ ➡ $X_1=20$ D(20,0)

احداثيات القيد الثالث

$X_1=8$, $X_2=0$ E(8,0)

2. رسم القيود وتحديد منطقة الحلول الممكنة