

مثال (8.1)

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية الاتي:

$$\text{Min. } Z = 4X_1 + 4X_2$$

Sub. to:

$$6X_1 + 4X_2 \leq 60$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 20$$

$$X_1 \geq 8$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

الحل:

1. احداثيات القيود

احداثيات القيد الاول

$$6X_1 + 4X_2 = 60$$

$$\text{If } X_1=0 \rightarrow 4X_2=60 \rightarrow X_2=15 \quad A(0,15)$$

$$\text{If } X_2=0 \rightarrow 6X_1=60 \rightarrow X_1=10 \quad B(10,0)$$

احداثيات القيد الثاني

$$X_1 + 2X_2 = 20$$

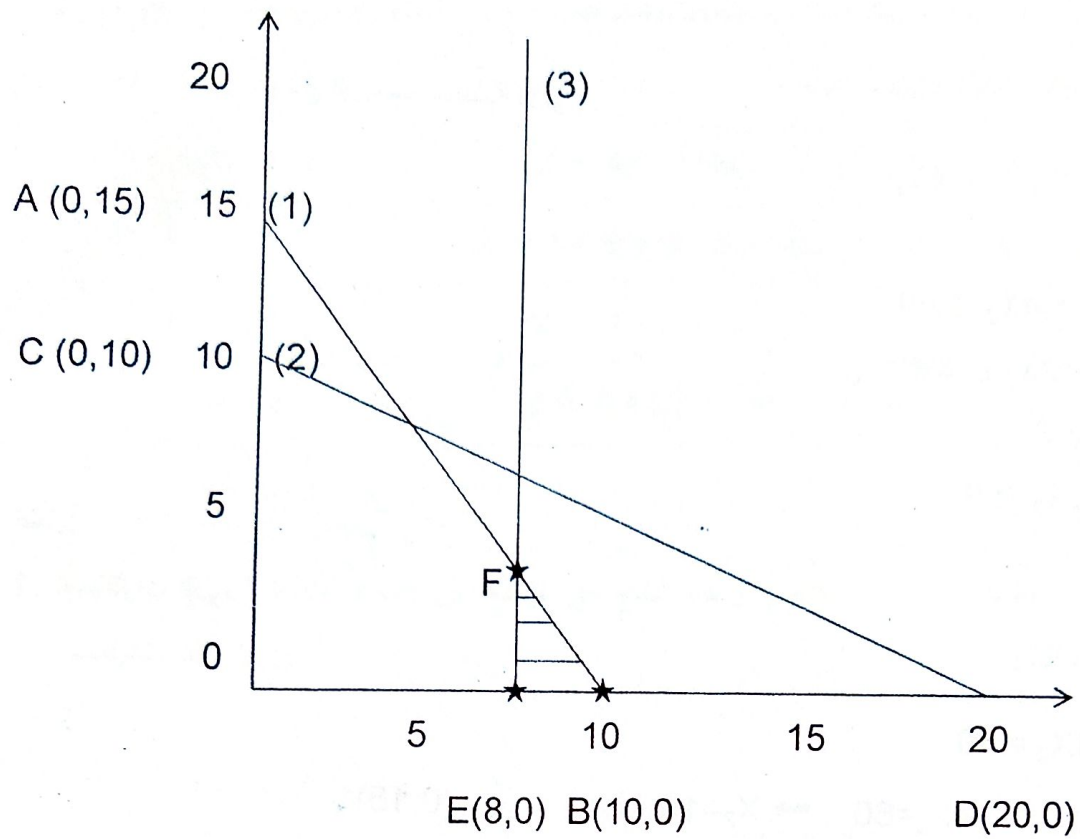
$$\text{If } X_1=0 \rightarrow 2X_2=20 \rightarrow X_2=10 \quad C(0,10)$$

$$\text{If } X_2=0 \rightarrow X_1=20 \quad D(20,0)$$

احداثيات القيد الثالث

$$X_1=8, X_2=0 \quad E(8,0)$$

2. رسم القيود وتحديد منطقة الحلول الممكنة



3. تحديد وحساب احداثيات نقاط التقاطع

حساب احداثيات النقطة F

$$6X_1 + 4X_2 = 60 \quad (1)$$

$$X_1 = 8 \quad (3)$$

بالتعويض ينتج:

$$6 \cdot 8 + 4X_2 = 60$$

$$4X_2 = 60 - 48$$

$$4X_2 = 12$$

$$X_2 = 3$$

$$F(8, 3)$$

4. تعويض نقاط التقاطع في دالة الهدف

نقاط التقاطع	$Z = 4X_1 + 4X_2$	Min. Z
F(8,3)	$Z = 4 * 8 + 4 * 3 = 44$	
E(8,0)	$Z = 4 * 8 = 32$	32
B(10,0)	$Z = 4 * 10 = 40$	

5. القرار

انتاج (8) وحدات من المادة الاولى وعدم انتاج اي وحدة من المادة الثانية لتحقيق اقل كلفة ومقدارها (32).

مثال (9.1)

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية الاتي:

$$\text{Max. } Z = 3X_1 + 2X_2$$

Sub. to:

$$2X_1 + 4X_2 \leq 20$$

$$X_1 \leq 5$$

$$X_2 \leq 4$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

الحل:

1. احداثيات القيود

احداثيات القيد الاول

$$2X_1 + 4X_2 = 20$$

$$\text{If } X_1 = 0 \rightarrow 4X_2 = 20 \rightarrow X_2 = 5$$

A(0,5)

$$\text{If } X_2 = 0 \rightarrow 2X_1 = 20 \rightarrow X_1 = 10$$

B(10,0)

احداثيات القيد الثاني

$$X_1 = 5, X_2 = 0$$

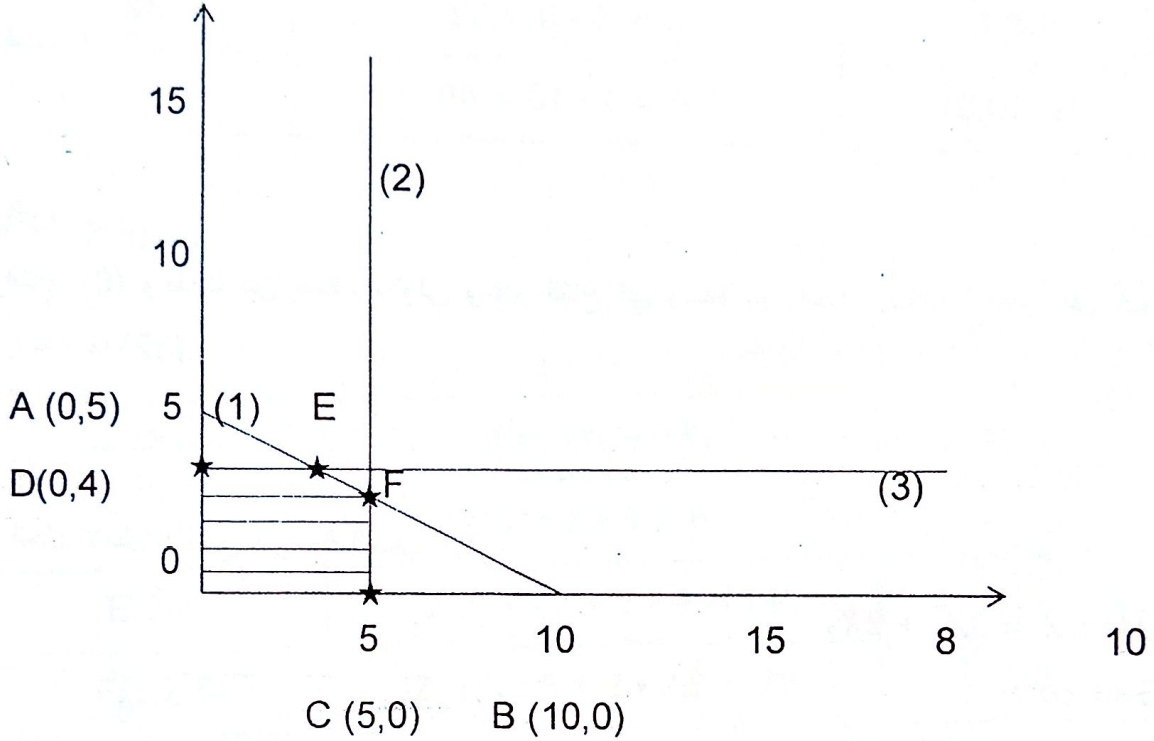
C(5,0)

احداثيات القيد الثالث

$$X_2 = 4, X_1 = 0$$

$$D(0,4)$$

2. رسم القيود وتحديد منطقة الحلول الممكنة



3. تحديد وحساب احداثيات نقاط التقاطع

حساب احداثيات النقطة E

$$2X_1 + 4X_2 = 20 \quad (1)$$

$$X_2 = 4 \quad (3)$$

بالتعويض ينتج:

$$2X_1 + 4 * 4 = 20$$

$$2X_1 = 20 - 16$$

$$X_1 = 2$$

$$E(2, 4)$$

حساب احداثيات النقطة F

$$2X_1 + 4X_2 = 20 \quad (1)$$

$$X_1 = 5 \quad (2)$$

بالتعويض ينتج:

$$2 * 5 + 4X_2 = 20$$

$$4X_2 = 20 - 10$$

$$X_2 = 2.5$$

F (5, 2.5)

4. تعويض نقاط التقاطع في دالة الهدف

نقاط التقاطع	$Z = 3X_1 + 2X_2$	Max.Z
D(0,4)	$Z = 2 * 4 = 8$	
E(2,4)	$Z = 3 * 2 + 2 * 4 = 14$	
F(5,2.5)	$Z = 3 * 5 + 2 * 2.5 = 20$	20
C (5,0)	$Z = 3 * 5 = 15$	

5. القرار

انتاج (5) وحدات من المادة الاولى و انتاج (2.5) وحدات من المادة الثانية لتحقيق اعظم ربح ومقداره (20).

مثال (10.1)

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية الاتي:

$$\text{Min. } Z = 3X_1 + 2X_2$$

Sub. to:

$$4X_1 + 6X_2 \geq 12$$

$$8X_1 + 4X_2 \geq 16$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

الحل:

1. احداثيات القيود

احداثيات القيد الاول

$$4X_1 + 6X_2 = 12$$

$$\text{If } X_1 = 0 \rightarrow 6X_2 = 12 \rightarrow X_2 = 2 \quad A(0,2)$$

$$\text{If } X_2 = 0 \rightarrow 4X_1 = 12 \rightarrow X_1 = 3 \quad B(3,0)$$

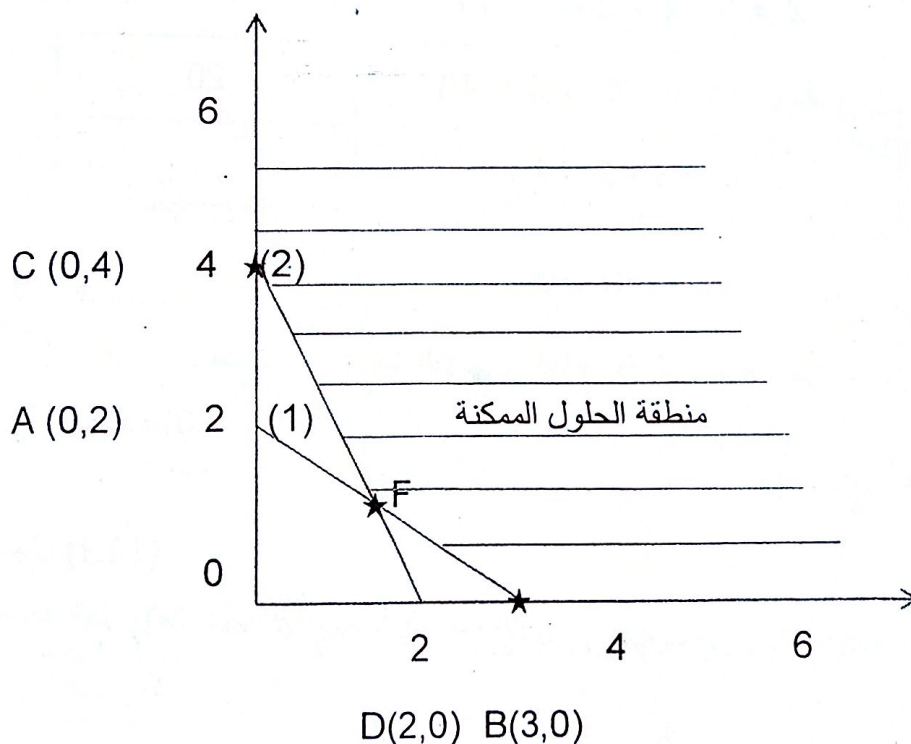
احداثيات القيد الثاني

$$8X_1 + 4X_2 = 16$$

$$\text{If } X_1 = 0 \rightarrow 4X_2 = 16 \rightarrow X_2 = 4 \quad C(0,4)$$

$$\text{If } X_2 = 0 \rightarrow 8X_1 = 16 \rightarrow X_1 = 2 \quad D(2,0)$$

2. رسم القيود وتحديد منطقة الحلول الممكنة



3. تحديد وحساب احداثيات نقاط التقاطع

حساب احداثيات النقطة F

$$4X_1 + 6X_2 = 12 \quad (1)$$

$$8X_1 + 4X_2 = 16 \quad (2)$$

ضرب المعادلة (1) * 2 ، ينتج:

$$8X_1 + 12X_2 = 24 \quad (3)$$

$$8X_1 + 4X_2 = 16 \quad (2)$$

$$8X_2 = 8 \quad \text{بالطرح}$$

$$X_2 = 1$$

بالتعويض في المعادلة (1)، ينتج:

$$4X_1 + 6 * 1 = 12$$

$$4X_1 = 6$$

$$X_1 = 1.5$$

$$F(1.5, 1)$$

4. تعويض نقاط التقاطع في دالة الهدف

نقاط التقاطع	$Z = 3X_1 + 2X_2$	Min. Z
C(0,4)	$Z = 2 * 4 = 8$	
F(1.5,1)	$Z = 3 * 1.5 + 2 * 1 = 6.5$	6.5
B(3,0)	$Z = 3 * 3 = 9$	

5. القرار

انتاج (1.5) وحدات من المادة الاولى و انتاج وحدة واحدة من المادة الثانية لتحقيق اقل كلفة ومقدارها (6.5).

H.W 1.4

اوجد الحل الامثل لنماذج البرمجة الخطية الاتية :

i. $Min. Z = 3X_1 + 2X_2$

Sub. to:

$$2X_1 + 3X_2 \leq 30$$

$$5X_1 + 4X_2 \leq 60$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

ii. $Max. Z = 3X_1 + 3X_2$

Sub. to:

$$X_1 + X_2 \geq 10$$

$$X_1 \leq 8$$

$$X_2 \leq 7$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

iii. $Max. Z = 30X_1 + 10X_2$

Sub. to:

$$2X_1 + 4X_2 \geq 20$$

$$4X_1 + 2X_2 \leq 20$$

$$X_2 \geq 7$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

iv. $Min. Z = 5X_1 + 15X_2$

Sub. to:

$$2X_1 + 2X_2 \leq 20$$

$$2X_1 + 5X_2 \geq 30$$

$$X_2 \leq 9$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

v. $Min. Z = 3X_1 + 8X_2$

Sub. to:

$$3X_1 + 5X_2 \geq 30$$