



Simplex Method

Simplex Method : هي احدى الطرق البرمجة الخطية, تستخدم عند :

- 1- عدد المتغيرات اثنان او اكثر
- 2- جميع القيود اقل او يساوي والطرف اليمين موجب

خطوات الحل

- 1- نحول صيغة السؤال الى صيغة قياسية
- 2- نصف دالة الهدف
- 3- تكوين جدول اولي لدالة الهدف والقيود
- 4- نستخرج المتغير الداخلي
- 5- نستخرج المتغير الخارجي
- 6- ايجاد العامل المشترك

Example 1

$$\text{Max } z = 10X_1 + 8X_2$$

$$2X_1 + 4X_2 \leq 36$$

$$4X_1 + 2X_2 \leq 48$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

SOLUTION:

$$2X_1 + 4X_2 + 1S_1 = 36$$

$$4X_1 + 2X_2 + 1S_2 = 48$$

**المتغير الداخلي

هو المتغير الذي يقابل اكير قيمة بالسالب في حالة كون الـ z

اعظم ما يمكن (max)

و اكير قيمة بالموجب اذا كانت قيمة الـ z اقل ما يمكن (min)

**المتغير الخارجي

و نحصل عليه من خلال قسمة الطرف الايمن من القيد على

معاملات المتغير الداخلي و نرى ايهما اقل هو الذي يخرج

**العامل المشترك

هو تقاطع المتغير الداخلي مع المتغير الخارجي



$$X_1, X_2, S_1, S_2 \geq 0$$

$$-10X_1 - 8X_2 - 0S_1 - 0S_2 = 0$$

	X_1	X_2	S_1	S_2	R.H.S
S_1	2	4	1	0	36
S_2	4	2	0	1	48
Z	-10	-8	0	0	0

المتغير الداخلي هو X_1

المتغير الخارجي هو S_2

$$36/2=18, 48/4=12$$

العامل المشترك 4

ملاحظة: نستخرج المتغير الخارجي فقط من R.H.S موجب ويهمل السالب والصفر.

	X_1	X_2	S_1	S_2	R.H.S
S_1	0	3	1	-0.5	12
الجديدة X_1	$4/4=1$	$2/4=0.5$	$0/4=0$	$1/4=0.25$	$48/4=12$
Z	0	-3	0	2.5	120

الجديدة $[X_1]$ * [العدد في المتغير الداخلي عكس الإشارة] + $[S_1]$

$$= [2 \ 4 \ 1 \ 0 \ 36] + [-2][1 \ 0.5 \ 0 \ 0.25 \ 12]$$



$$=[2 \ 4 \ 1 \ 0 \ 36]+[-2 \ -1 \ 0 \ -0.5 \ -24]$$

$$= [0 \ 3 \ 1 \ -0.5 \ 12] \dots\dots S_1 \text{ الجديدة}$$

$$\text{الجديدة } [X_1] * [\text{العدد في المتغير الداخلي عكس الإشارة}] + [Z]$$

$$= [-10 \ -8 \ 0 \ 0 \ 0] + [10][1 \ 0.5 \ 0 \ 0.25 \ 12]$$

$$= [-10 \ -8 \ 0 \ 0 \ 0] + [10 \ 5 \ 0 \ 2.5 \ 120]$$

$$= [0 \ -3 \ 0 \ 2.5 \ 120] \dots\dots Z \text{ الجديدة}$$

**ملاحظة: بما ان ال Z الجديدة فيها عنصر بالسالب يستمر الحل بنفس الطريقة باستخراج المتغير الداخلي والخارجي والعامل المشترك

	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	R.H.S
S ₁	0	3	1	-0.5	12
X ₁ الجديدة	4/4=1	2/4=0.5	0/4=0	1/4=0.25	48/4=12
Z	0	-3	0	2.5	120

المتغير الداخلي هو X₂

المتغير الخارجي هو S₁

$$12/3=4, 12/0.5=24$$

العامل المشترك هو 3

	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	R.H.S
X ₂ الجديدة	0/3=0	3/3=1	1/3=0.33	-0.5/3=-0.166	12/3=4
X ₁	1	0	-0.165	0.333	10
Z	0	0	0.99	2.002	132



الجديدة $[X_2]$ * [العدد في المتغير الداخلي عكس الإشارة] + $[X_1]$

$$= [1 \ 0.5 \ 0 \ 0.25 \ 12] + [-0.5][0 \ 1 \ 0.33 \ -0.166 \ 4]$$

$$= [1 \ 0.5 \ 0 \ 0.25 \ 12] + [0 \ -0.5 \ -0.165 \ 0.083 \ -2]$$

$$= [1 \ 0 \ -0.165 \ 0.333 \ 10] \dots X_1 \text{ الجديدة}$$

الجديدة $[X_2]$ * [العدد في المتغير الداخلي عكس الإشارة] + $[Z]$

$$= [0 \ -3 \ 0 \ 2.5 \ 120] + [3][0 \ 1 \ 0.33 \ -0.166 \ 4]$$

$$= [-0 \ -3 \ 0 \ 2.5 \ 120] + [0 \ 3 \ 0.99 \ 0.498 \ 12]$$

$$= [0 \ 0 \ 0.99 \ 2.002 \ 132] \dots Z \text{ الجديدة}$$

$$X_2 = 4, \quad X_1 = 10, \quad Z = 132$$



EXAMPLE2

$$\text{MAX} Z = 120X_1 + 100X_2$$

$$2X_1 + 2.5X_2 \leq 1000$$

$$3X_1 + 1.5X_2 \leq 1200$$

$$1.5X_1 + 4X_2 \leq 1200$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

SOLUTION:

$$2X_1 + 2.5X_2 + 1S_1 = 1000$$

$$3X_1 + 1.5X_2 + 1S_2 = 1200$$

$$1.5X_1 + 4X_2 + 1S_3 = 1200$$

$$-120X_1 - 100X_2 - 0S_1 - 0S_2 - 0S_3 = 0$$

	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	R.H.S
S_1	2	2.5	1	0	0	1000
S_2	3	1.5	0	1	0	1200
S_3	1.5	4	0	0	1	1200
Z	-120	-100	0	0	0	0



المتغير الداخلي هو X_1
المتغير الخارجي هو S_2

$$1000/2 = 500$$

$$1200/3 = 400$$

$$1200/1.5 = 800$$

ملاحظة: كيفية استخراج المتغير الخارجي
المتغير الخارجي ناتج من تقسيم R.H.S على العدد المقابل له في المتغير الداخلي (تأخذ فقط R.H.S الموجب ويهمل السالب والصفر)

	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	R.H.S
S_1	0	1.5	1	-0.66	0	200
الجديدة X_1	$3/3=1$	$1.5/3=0.5$	$0/3=0$	$1/3=0.33$	$0/3=0$	$1200/3=400$
S_3	0	3.25	0	-0.495	1	600
Z	0	-40	0	39.6	0	48000

الجديدة $[X_1]$ * [العدد في المتغير الداخلي عكس الإشارة] + $[S_1]$

$$= [2 \ 2.5 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1000] + [-2][1 \ 0.5 \ 0 \ 0.33 \ 0 \ 400]$$

$$= [2 \ 2.5 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1000] + [-2 \ -1 \ 0 \ -0.66 \ 0 \ 800]$$

$$= [0 \ 1.5 \ 1 \ -0.66 \ 0 \ 200] \dots \text{الجديدة } S_1$$

الجديدة $[X_1]$ * [العدد في المتغير الداخلي عكس الإشارة] + $[S_3]$

$$= [1.5 \ 4 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1200] + [-1.5][1 \ 0.5 \ 0 \ 0.33 \ 0 \ 400]$$



$$=[1.5 \ 4 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1200]+[-1.5 \ -0.75 \ 0 \ -0.495 \ 0 \ -600]$$

$$= [0 \ 3.25 \ 0 \ -0.495 \ 1 \ -600] \dots S_3 \text{ الجديدة}$$

$$\text{الجديدة } [X_1] * [\text{العدد في المتغير الداخلي عكس الإشارة}] + [Z]$$

$$= [-120 \ -100 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] + [-1.5][1 \ 0.5 \ 0 \ 0.33 \ 0 \ 400]$$

$$= [-120 \ -100 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] + [120 \ 60 \ 0 \ 39.6 \ 0 \ 48000]$$

$$= [0 \ -40 \ 0 \ 39.6 \ 0 \ 48000] \dots S_3 \text{ الجديدة}$$

	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	S ₃	R.H.S
S ₁	0	1.5	1	-0.66	0	200
X ₁	1	0.5	0	0.33	0	400
S ₃	0	3.25	0	-0.495	1	600
Z	0	-40	0	39.6	0	48000

المتغير الداخلي هو X₂

المتغير الخارجي هو S₁

$$200/1.5 = 133.33$$

$$400/0.5 = 800$$

	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	S ₃	R.H.S
X ₂	0/1.5=0	1.5/1.5=1	1/1.5=0.66	-0.66/1.5 =-0.44	0/1.5=0	200/1.5=133.33
X ₁	1	0	-0.33	0.55	0	333.33
S ₃	0	0	-2.145	0.935	1	166.67
Z	0	0	26.4	22	0	53333.2

$$\text{الجديدة } [X_2] * [\text{العدد في المتغير الداخلي عكس الإشارة}] + [X_1]$$



$$= [1 \ 0.5 \ 0 \ 0.33 \ 0 \ 400] + [-0.5][0 \ 1 \ 0.66 \ -0.44 \ 0 \ 133.33]$$

$$= [1 \ 0.5 \ 0 \ 0.33 \ 0 \ 400] + [0 \ -0.5 \ -0.33 \ 0.22 \ 0 \ -66.66]$$

$$= [1 \ 0 \ -0.33 \ 0.55 \ 0 \ 333.33] \dots X_1 \text{ الجديدة}$$

$$[S_3] + [\text{العدد في المتغير الداخلي عكس الإشارة}] * [X_2] \text{ الجديدة}$$

$$= [0 \ 3.25 \ 0 \ -0.495 \ 1 \ 600] + [-3.25][0 \ 1 \ 0.66 \ -0.44 \ 0 \ 133.33]$$

$$= [0 \ 3.25 \ 0 \ -0.495 \ 1 \ 600] + [0 \ -3.25 \ -2.145 \ 1.43 \ 0 \ 433.322]$$

$$= [0 \ 0 \ -2.145 \ 0.935 \ 1 \ 166.67] \dots S_3 \text{ الجديدة}$$

$$[Z] + [\text{العدد في المتغير الداخلي عكس الإشارة}] * [X_2] \text{ الجديدة}$$

$$= [0 \ -40 \ 0 \ 39.6 \ 0 \ 48000] + [40][0 \ 1 \ 0.66 \ -0.44 \ 0 \ 133.33]$$

$$= [0 \ -40 \ 0 \ 39.6 \ 0 \ 48000] + [0 \ 40 \ 26.4 \ -17.6 \ 0 \ 5333.2]$$

$$= [0 \ 0 \ 26.4 \ 22 \ 0 \ 53333.2] \dots Z \text{ الجديدة}$$

0.935

MAX Z= 53333.2 at $X_1=333.33$, $X_2=133.33$

Example: Simplex Method

$$\text{Max } z = 3x_1 + 4x_2 + 3x_3$$

s.t

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 960$$

$$5x_1 + 8x_2 + 4x_3 \leq 5000$$

$$3x_1 + 6x_2 + 3x_3 \leq 2400$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Solution:

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 + s_1 = 960$$

$$5x_1 + 8x_2 + 4x_3 + s_2 = 5000$$

$$3x_1 + 6x_2 + 3x_3 + s_3 = 2400$$

$$-3x_1 - 4x_2 - 3x_3 - 0s_1 - 0s_2 - 0s_3 = 0$$

	X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	R.H.S
S ₁	3	2	1	1	0	0	960
S ₂	5	8	4	0	1	0	5000
S ₃	3	6	3	0	0	1	2400
MAX Z	-3	-4	-3	0	0	0	0

المتغير الداخلي هو X₂

المتغير الخارجي هو S₃

$$960/2 = 480$$

$$5000/8 = 625$$

$$2400/6= 400$$

العامل المشترك هو 6

	X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	R.H.S
S ₁	2	0	0	1	0	-1/3	160
S ₂	1	0	0	0	1	-1.33	1800
X ₂	1/2	1	1/2	0	0	1/6	400
MAX Z	-1	0	-1	0	0	2/3	1600

$$\text{الجديدة [S}_1\text{]} = [3 \ 2 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 960] + (-2) [\frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \ 0 \ 0 \ 1/6 \ 400] = [2 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ -1/3 \ 160]$$

$$\text{الجديدة [S}_2\text{]} = [5 \ 8 \ 4 \ 0 \ 1 \ 5000] + (-8) [\frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \ 0 \ 0 \ 1/6 \ 400] = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ -1.33 \ 1800]$$

$$\text{الجديدة [Z]} = [-3 \ -4 \ -3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] + (4) [\frac{1}{2} \ 1 \ \frac{1}{2} \ 0 \ 0 \ 1/6 \ 400] = [-1 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0 \ 2/3 \ 1600]$$

المتغير الداخلي هو X₁

المتغير الخارجي هو S₁

$$160/2= 80 , 1800/1=1800, 400/0.5=800$$

العامل المشترك هو 2

	X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	S ₃	R.H.S
X ₁	1	0	0	1/2	0	-0.166	80
S ₂	0	0	0	-1/2	1	-1.166	1720
X ₂	0	1	1/2	-0.25	0	0.249	360
MAX Z	0	0	-1	1/2	0	0.5	1680

$$\text{الجديدة [S}_2\text{]} = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ -1.33 \ 1800] + (-1) [1 \ 0 \ 0 \ 1/2 \ 0 \ -0.166 \ 80] = [0 \ 0 \ 0 \ -1/2 \ 1 \ -1.166 \ 1720]$$

$$\text{الجديدة [X}_2\text{]} = [1/2 \ 1 \ 1/2 \ 0 \ 0 \ 1/6 \ 400] + (-0.5) [1 \ 0 \ 0 \ 1/2 \ 0 \ -0.166 \ 80] = [0 \ 1 \ 1/2 \ -0.25 \ 0 \ 0.249 \ 360]$$

الهندسة الصناعية

$$\text{الجديدة [Z]} = [-1 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0.666 \ 1600] + (1) [1 \ 0 \ 0 \ 1/2 \ 0 \ -0.166 \ 80] = [0 \ 0 \ -1 \ 1/2 \ 0 \ -0.5 \ 1680]$$

المتغير الداخلي هو X_3

المتغير الخارجي هو X_2

يهمل السالب والصفر , $360/0.5 = 720$

العامل المشترك هو $1/2$

	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	R.H.S
X_1	1	0	0	1/2	0	-0.166	80
S_2	0	0	0	-1/2	1	-1.166	1720
X_3	0	2	1	-0.5	0	0.498	720
MAX Z	0	2	0	0	0	1	2400

$$\text{الجديدة [X}_1] = [1 \ 0 \ 0 \ 1/2 \ 0 \ -0.166 \ 80] + (0) [0 \ 2 \ 1 \ -0.5 \ 0 \ 0.498 \ 720] = [1 \ 0 \ 0 \ 1/2 \ 0 \ -0.166 \ 80]$$

$$\text{الجديدة [S}_2] = [0 \ 0 \ 0 \ -1/2 \ 1 \ -1.166 \ 1720] + (0) [0 \ 2 \ 1 \ -0.5 \ 0 \ 0.498 \ 720] = [0 \ 0 \ 0 \ -1/2 \ 1 \ -1.166 \ 1720]$$

$$\text{الجديدة [Z]} = [0 \ 0 \ -1 \ 1/2 \ 0 \ -0.5 \ 1680] + (1) [0 \ 2 \ 1 \ -0.5 \ 0 \ 0.498 \ 720] = [0 \ 2 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2400]$$

∴ MAX Z = 2400 At $X_1 = 80$, $X_2 = 0$, $X_3 = 720$