



Unit vector

متجه الوحدة يعني ان المتجه طولها = 1

$$i = (1, 0, 0)$$

$$j = (0, 1, 0)$$

$$k = (0, 0, 1)$$

$$V = (V_1, V_2, V_3) = (V_1, 0, 0) + (0, V_2, 0) + (0, 0, V_3)$$

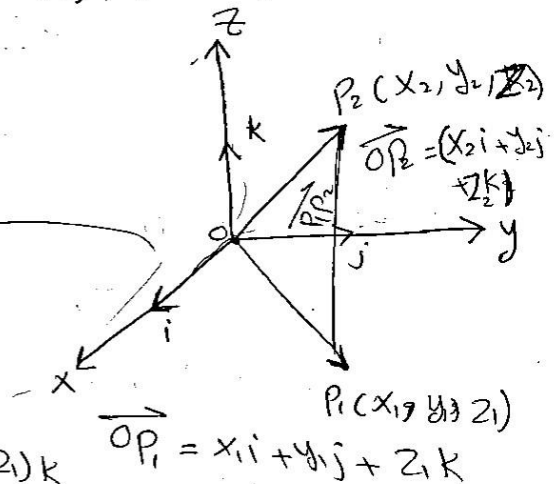
$$\Rightarrow \underline{V = V_1 i + V_2 j + V_3 k}$$

$$\vec{OP}_1 = x_1 i + y_1 j + z_1 k$$

$$\vec{OP}_2 = x_2 i + y_2 j + z_2 k$$

$$\vec{P_1 P_2} = (x_2 - x_1) i + (y_2 - y_1) j + (z_2 - z_1) k$$

$$\vec{OP}_1 = x_1 i + y_1 j + z_1 k$$



متجه الوحدة / لو كان المتجه $V \neq 0$ ان طولها يساوي 1

$$\therefore \frac{1}{|V|} \cdot *V = \frac{1}{|V|} \cdot |V| = 1$$

EX:- Find the unit vector u in the direction of the vector from $P_1(1, 0, 1)$ to $P_2(3, 2, 0)$?

$$\vec{P_1 P_2} = (3-1)i + (2-0)j + (0-1)k$$

$$\vec{P_1 P_2} = 2i + 2j - k$$

$$|\vec{P_1 P_2}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{9} = 3$$



اسم المادة: رياضيات
اسم التدريسي: هدى صالح حمزة
المرحلة: الثانية
السنة الدراسية: 2023
عنوان المحاضرة: متجه الوحدة



$$\text{unit vector } (u) = \frac{\overrightarrow{P_1 P_2}}{|\overrightarrow{P_1 P_2}|} = \frac{2i + 2j - k}{3} \quad (7)$$

$$\text{unit vector } (u) = \frac{2}{3}i + \frac{2}{3}j - \frac{1}{3}k$$

Ex 2: A force of 6N is applied in the direction of the vector $v = 2i + 2j - k$. Express the force (F) as a product of its magnitude and direction?

Sol:-

Force vector has magnitude (length) = 6

$$\text{the unit vector} = \frac{v}{|v|} = \frac{2i + 2j - k}{|v|}$$

$$\therefore \frac{v}{|v|} = \frac{2i + 2j - k}{\sqrt{(2)^2 + (2)^2 + (-1)^2}} = \frac{2i + 2j - k}{3}$$

$$\therefore F = |v| \cdot \frac{v}{|v|} = 6 \left(\frac{2}{3}i + \frac{2}{3}j - \frac{1}{3}k \right)$$



Lec. 5

The dot product

الضرب النقطي

(9)

ملاحظة مهمة: الناتج من عملية الضرب النقطي هو (Scalar) أي اثنان
يكون ثابتاً / وتكون عملية الضرب كما يلي:

$$\vec{u} = u_1i + u_2j + u_3k$$

$$\vec{v} = v_1i + v_2j + v_3k$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (u_1 \cdot v_1) + (u_2 \cdot v_2) + (u_3 \cdot v_3) = ?$$

Ex1: $\vec{u} = i - 2j - k$, $\vec{v} = -6i + 2j - 3k$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (-6) + (-4) + (3) = -7$$

Ex2: $\vec{u} = \frac{1}{2}i + 3j + k$
 $\vec{v} = 4i - j + 2k$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (2) + (-3) + (2) = 1$$

ملاحظة 1 / حاصل ضرب نقطي لأي وحدتين مع نفسه يساوي 1

$$i \cdot i = j \cdot j = k \cdot k = 1$$

$$i \cdot j = j \cdot k = k \cdot i = k \cdot j = 0$$

ملاحظة 3 /



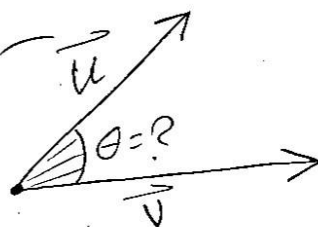
تطبيقات ضرب النقطي

① Angle Between vectors

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$



① $0 \leq \theta \leq \pi$

② $\theta = 0$

③ $\theta = \pi$

EX: Find the angle between

$$\vec{u} = i - 2j - 2k, \vec{v} = 6i + 3j + 2k$$

E.

Solⁿ -
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (6) + (-6) + (-4) = -4$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{6^2 + 3^2 + 2^2} = \sqrt{49} = 7$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{-4}{21} \right) \Rightarrow \theta = 100.98^\circ$$



Ex: Find the angle in triangle ABC determined by the vertices $A(0,0)$, $B(3,5)$, and $C(5,2)$?

Sol: ~

$$\vec{CA} = (-5, -2) \rightarrow \vec{CA} = -5i - 2j$$

$$\vec{CB} = (-2, 3) \rightarrow \vec{CB} = -2i + 3j$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{\vec{CA} \cdot \vec{CB}}{|\vec{CA}| \cdot |\vec{CB}|}$$

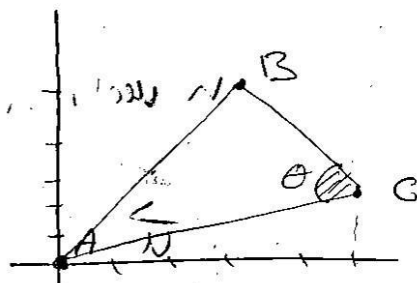
$$\vec{CA} \cdot \vec{CB} = (10) + (-6) = 4$$

$$|\vec{CA}| = \sqrt{25 + 4} = \sqrt{29}$$

$$|\vec{CB}| = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{4}{\sqrt{29} \cdot \sqrt{13}} \right)$$

$$\theta = 78.11^\circ$$



نوضح لإيجاد \vec{CA} نقطة البداية $A(0,0)$

$$A = (x_1, y_1) = (0, 0)$$

النقطة النهائية $B(3,5)$

$$C = (x_2, y_2)$$

نوضح لإيجاد \vec{CB}

النقطة الأولى $B(3,5)$

$$B = (x_1, y_1) = (3, 5)$$

النقطة الثانية $C(5,2)$

$$C = (x_2, y_2) = (5, 2)$$

$$\vec{CB} = (x_2 - x_1)i + (y_2 - y_1)j$$

$$= (-2, 3)$$