تخفيض رتبة معادلة تفاضلية:

هناك معادلات تفاضلية من مرتبات عليا ولكنها قابلة التحويل الى رتبة أولى.

نكون المعادلة التفاضلية ذات الرتبة الثانية بالصورة العامة

$$f(x, y, y', y'') = 0 \ldots\ldots\ldots (1$$

ويمكن تخفيض رتبتها الى الرتبة الأولى حسب نوعيتها

النوع الأول:

إذا لم يظهر المتغير المعتمد y في المعادلة 1) نفرض

$$y' = p$$
$$y'' = \frac{dp}{dx} = p'$$

عندئذ تصبح 1) بالصيغة $G(x, p, p')$

وهي المعادلة من الرتبة الأولى في p ونحلها من أجل x, p ثم نرجع $\frac{dy}{dx} = p$ ونحلها من أجل x, y كما في المثال الاتي:

مثال/ حل المعادلة التفاضلية الاتية: $x^2 y'' - (y')^2 - 2xy' = 0$

الحل/ لا تحوي المعادلة المتغير المعتمد y. نفرض $y' = p$ و $y'' = p'$

فتصبح المعادلة التفاضلية بالشكل

$$x^2 p' - p^2 - 2xp = 0$$
$$\frac{x^2}{x^2} p' - \frac{p^2}{x^2} - 2\frac{x}{x^2} p = 0$$
$$p' - \frac{2}{x} p = \frac{1}{x^2} p^2$$

هذه صيغة معادلة برنولي

$$z = p^{1-n} \rightarrow\rightarrow z = p^{-1} \rightarrow z = \frac{1}{p} \rightarrow p = \frac{1}{z}$$
$$p' = \frac{-z'}{z^2}$$

نعوض في المعادلة

$$-\frac{z'}{z^2}-\frac{2}{x}\frac{1}{z}=\frac{1}{x^2}\frac{1}{z^2}$$

$$z'+\frac{2}{x}z=-\frac{1}{x^2}$$

هذه معادلة خطية

$$I=e^{2\int\frac{1}{x}dx}=e^{2\ln x}=e^{\ln x^2}=x^2$$

$$zx^2=-\int\frac{1}{x^2}x^2dx \to\to zx^2=-\int dx$$

$$zx^2=-x+c$$

نعوض قيمة $z=\frac{1}{p}$

$$\frac{x^2}{p}=-x+c$$

$$p=\frac{x^2}{-x+c}$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{x^2}{-x+c}\to\to dy=\frac{x^2}{-x+c}dx$$

$$\int dy=\int\left(-x-c+\frac{c^2}{-x+c}\right)dx$$

$$y=-\frac{x^2}{2}-cx-c^2\ln(-x+c)+c_1$$