Numerical Methods

(1)

Lagrange's Method

نستخدم هذه الطريقة لحل المعادلات التفاضلية من الدرجة الأولى

طريقة حل هذه المعادلة بأستخدام طريقة لاجرانج

① نكتب المعادلة بالصيغة التالية

$$Pp + Qq = R$$

② نحدد المعاملات P, Q, R من السؤال المعطى

③ نكتب المعادلة بصيغة المعادلات المساعدة Auxiliary Equations

$$\frac{dx}{P} = \frac{dy}{Q} = \frac{dz}{R}$$

تحل بطريقتين: grouping, multipliers

④ ايجاد حلين مستقلين عن بعضهما أي أن يكون

$c_1 = a$ ——— الحل الأول

$c_2 = b$ ——— الحل الثاني

⑤ نكتب الحل العام

$$f(c_1, c_2) = 0$$

Ex1/ Solve $\tan x\, p + \tan y\, q = \tan z$

Sol/

$$\frac{dx}{P} = \frac{dy}{Q} = \frac{dz}{R}$$

$$\frac{dx}{\tan x} = \frac{dy}{\tan y} = \frac{dz}{\tan z}$$

$$\frac{dx}{\tan x} = \frac{dy}{\tan y}$$

$$\cot x\, dx = \cot y\, dy$$

Sol:

$$\log \sin x = \log \sin y + \log c_1$$

$$\log \sin x = \log (\sin y * c_1)$$

$$\therefore \sin x = c_1 \sin y$$

$$\boxed{c_1 = \frac{\sin x}{\sin y}}$$

$$\frac{dy}{\tan y} = \frac{dz}{\tan z}$$

$$\cot y\, dy = \cot z\, dz$$

Sol:

$$\log \sin y = \log \sin z + \log c_2$$

$$\log \sin y = \log (\sin z * c_2)$$

$$\sin y = c_2 \sin z$$

$$\therefore \boxed{c_2 = \frac{\sin y}{\sin z}}$$

$$\therefore \boxed{\phi\left(\frac{\sin x}{\sin y}, \frac{\sin y}{\sin z}\right) = 0}$$

General Solution

where ϕ is arbitrary

(3)

Ex2/ Solve the P.D.E

$$\left(\frac{y^2 z}{x}\right) p + (xz)\, q = (y^2)$$

Sol/

$$\frac{dx}{\frac{y^2 z}{x}} = \frac{dy}{xz} = \frac{dz}{y^2}$$

اكسر الأول والثاني

$$\frac{x\,dx}{y^2 z} = \frac{dy}{xz}$$

$$x^2 dx - y^2 dy = 0$$

بالتكامل

$$\boxed{\frac{x^3}{3} - \frac{y^3}{3} = c_1}$$

اكسر الاول والثالث

$$\frac{x\,dx}{y^2 z} = \frac{dz}{y^2}$$

$$x\,dx - z\,dz = 0$$

بالتكامل

$$\boxed{\frac{x^2}{2} - \frac{z^2}{2} = c_2}$$

$$\boxed{\phi\left(\frac{x^3}{3} - \frac{y^3}{3}, \frac{x^2}{2} - \frac{z^2}{2}\right) = 0}$$

General Solution

Ex3/ Solve $p + 3q = 5z + \tan(y-3x)$ (4)

Sol/
$$\frac{dx}{1} = \frac{dy}{3} = \frac{dz}{5z + \tan(y-3x)}$$

نأخذ الأول والثاني

$$\frac{dx}{1} = \frac{dy}{3}$$

$$dy - 3dx = 0$$

بالتكامل

$$\boxed{y - 3x = C_1}$$

نأخذ الأول والثالث

$$\frac{dx}{1} = \frac{dz}{5z + \tan(y-3x)}$$

$$dx - \frac{1}{5z + \tan(y-3x)}\, dz = 0$$

$$x - \frac{1}{5}\ln\left(5z + \tan(C_1)\right) = C_2$$

$$\boxed{\phi\left(y-3x,\ x - \frac{1}{5}\ln\left(5z + \tan(y-3x)\right)\right) = 0}$$

General Solution