Trigonometric function

① $\frac{d}{dx}\sin u = \cos u \cdot \frac{du}{dx}$

② $\frac{d}{dx}\cos u = -\sin u \cdot \frac{du}{dx}$

③ $\frac{d}{dx}\tan u = \sec^2 u \cdot \frac{du}{dx}$

④ $\frac{d}{dx}\cot u = -\csc^2 u \cdot \frac{du}{dx}$

⑤ $\frac{d}{dx}\sec u = \sec u \cdot \tan u \cdot \frac{du}{dx}$

⑥ $\frac{d}{dx}\csc u = -\csc u \cdot \cot u \cdot \frac{du}{dx}$

Example :- Find $\frac{dy}{dx}$ for following functions :-

(a) $y = \tan(3x^2)$

(b) $y = (\csc x + \cot x)^2$

(c) $y = 2\sin\frac{x}{2} - x\cos\frac{x}{2}$

(d) $y = \tan^2(\cos x)$

(f) $y = \sec^4 x - \tan^4 x$

(e) $y = \cos 2x - 2\sin x$

(H) $y = \tan x + \frac{1}{3}\tan^3 x$

(E) $y = \cos x - \frac{1}{3}\cos^3 x$

(G) $y = \frac{1}{\cos^n x}$

(M) $y = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

(N) $y = \cos^2 \sin x$

Solutions ::

(a) $\frac{dy}{dx} = \sec^2(3x^2) * 6x = 6x \sec^2(3x^2)$

الزاوية — مشتقة الزاوية

(b) $\frac{dy}{dx} = 2(\csc x + \cot x) * (-\csc x \cdot \cot x * 1 + (-\csc^2 x) * 1)$

مشتقة الزاوية — $\csc x$ مشتقة — $\cot x$ مشتقة — الزاوية — مشتقة الزاوية

$$\frac{dy}{dx} = 2(\csc x + \cot x)(-\csc x \cdot \cot x - \csc^2 x)$$

(c) $y = 2\sin\frac{x}{2} - x\cos\frac{x}{2}$

ضرب دالتين

$\frac{dy}{dx} = 2 * \cos\frac{x}{2} * \frac{1}{2} - [x * -\sin\frac{x}{2} * \frac{1}{2} + \cos\frac{x}{2} * 1]$

الزاوية — مشتقة الزاوية — الاول — مشتقة الثاني — الثاني — مشتقة الاول — مشتقة ضرب دالتين

$- * - = +$

$\frac{dy}{dx} = \cos\frac{x}{2} + \frac{x}{2}\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2} = \frac{x}{2}\sin\frac{x}{2}$

(d) $y = \tan^2(\cos x)$

الزاوية

$\frac{dy}{dx} = 2\tan(\cos x) * \sec^2(\cos x) * -\sin x$

الزاوية — مشتقة الزاوية

$$\frac{dy}{dx} = -2\tan(\cos x)\sec^2(\cos x)\sin x$$

(F) $y = \sec^4 x - \tan^4 x$

$$\frac{dy}{dx} = 4\sec^3 x * \sec x \cdot \tan x * 1 - 4\tan^3 x \cdot \sec^2 x * 1$$

(مشتقة الطشقة) (مشتقة الزاوية) (مشتقة الطشقة) (مشتقة الزاوية)

$$\frac{dy}{dx} = 4\sec^4 x \tan x - 4\tan^3 x \sec^2 x$$

$$\frac{dy}{dx} = 4\sec^2 x \tan x \left(\sec^2 x - \tan^2 x\right)$$

(اشتراك طشقة مشترك)

(E) $y = \cos 2x - 2\sin x$

$$\frac{dy}{dx} = -\sin 2x * 2 - 2\cos x * 1$$

(مشتقة الزاوية) (الزاوية)

$$\frac{dy}{dx} = -2\sin 2x - 2\cos x$$

(H) $y = \tan x + \frac{1}{3}\tan^3 x$

$$\frac{dy}{dx} = \sec^2 x + \frac{1}{3} * 3\tan^2 x * \sec^2 x * 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \sec^2 x + \tan^2 x \sec^2 x$$

$$\frac{dy}{dx} = \sec^2 x \left(1 + \tan^2 x\right)$$

(اشتراك طشقة مشترك)

(F) $y = \cos x - \frac{1}{3}\cos^3 x$

$$\frac{dy}{dx} = -\sin x * 1 - \frac{1}{3} * 3\cos^2 x * -\sin x * 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \sin x + \cos^2 x \sin x = \sin x(1 + \cos^2 x)$$

(G) $y = \frac{1}{\cos^n x}$ مشتقة الدالة الكبرى

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^n x * 0 - 1 * n\cos^{n-1} x * -\sin x * 1}{\cos^{2n}(x)}$$

المقام: مشتقة البسط | البسط: مشتقة المقام

المقام تربيع $\rightarrow (\cos^n x)^2 = \cos^{2n} x$ عند الرفع لقوة: ضرب الأسس

$$\frac{dy}{dx} = \frac{n\cos^{n-1}(x)\sin(x)}{\cos^{2n}(x)}$$

(M) $y = \frac{\sin x}{1+\cos x}$ ← مشتقة الدالة الكبرى

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(1+\cos x) * \cos x * 1 - \sin x * (0 + (-\sin x) * 1)}{(1+\cos x)^2}$$

المقام: مشتقة البسط | البسط: مشتقة المقام

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x(1+\cos x) + \sin^2 x}{(1+\cos x)^2} = \frac{\cos x + \cos^2 x + \sin^2 x}{(1+\cos x)^2}$$

(ب) $y = \cos^2 \sin x$

$$\frac{dy}{dx} = 2\cos(\sin x) * -\sin(\sin x) * \cos x$$

الزاوية — الزاوية — مشتقة الزاوية

$$\frac{dy}{dx} = -2\cos(\sin x)\sin(\sin x)\cos x$$