

رابعاً : الوسط الهندسي The Geometric Mean

الوسط الهندسي يستخدم لإظهار متوسط القيم في حالة كون البيانات عبارة عن نسب ، كما هو الحال في معدلات نمو السكان ، ويحسب في حالتين :

١- حالة البيانات غير المبوية :

يعرف الوسط الهندسي لمجموعة من القيم $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ بأنه الجذر التربيعي لحاصل ضرب هذه القيم ، ويرمز له بالرمز \bar{X}_g

$$\text{Log } \bar{X}_g = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{Log } x_i$$

أي إن لوغاريتم الوسط الهندسي لمجموعة البيانات يساوي الوسط الحسابي للوغاريتمات هذه البيانات.

مثال : أوجد الوسط الهندسي للقيم الآتية : 6 , 4.2 , 6 , 4.2 , 3.7 , 4.8

الحل :

$$\text{Log } \bar{X}_g = \frac{1}{6} \sum (\text{Log } 6 + \text{Log } 4.2 + \text{Log } 6 + \text{Log } 4.2 + \text{Log } 3.7 + \text{Log } 4.8)$$

$$\text{Log } \bar{X}_g = \frac{1}{6} (0.77 + 0.62 + 0.77 + 0.62 + 0.56 + 0.68)$$

$$\text{Log } \bar{X}_g = 0.67$$

$$\bar{X}_g = 10^{0.67} = 4.677$$

٢- في حالة البيانات المبوية

لإيجاد الوسط الهندسي للبيانات المبوية نستخدم الصيغة الآتية :

$$\text{Log } \bar{X}_g = \frac{1}{\sum fi} \sum_{i=1}^n fi \text{Log } xi$$

حيث Xi تمثل مراكز الفئات و fi تمثل التكرارات

مثال : أوجد الوسط الهندسي لقيم جدول التوزيع التكراري الآتي :

الفئات	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89
التكرارات	4	2	8	6	5	10

الحل :

الفئات	التكرارات (fi)	مراكز الفئات (Xi)	$\text{Log } xi$	$fi \text{Log } xi$
30-39	4	34.5	1.54	6.16
40-49	2	44.5	1.65	3.3
50-59	8	54.5	1.74	13.92
60-69	6	64.5	1.81	10.86
70-79	5	74.5	1.87	9.35
80-89	10	84.5	1.93	19.3
المجموع	35			62.89

$$\text{Log } \bar{X}_g = \frac{1}{\sum fi} \sum_{i=1}^n fi \text{Log } xi$$

$$\text{Log } \bar{X}_g = \frac{1}{35} (62.89)$$

$$\text{Log } \bar{X}_g = 1.8$$

$$\bar{X}_g = 10^{1.8} = 63.1$$

مثال : أوجد الوسط الهندسي لقيم جدول التوزيع التكراري الآتي :

فئات الاجور	109-80	139-110	169-140	199-170	229-200	230 فأكثر
عدد العمال	26	78	122	34	14	8

الحل :

فئات الاجور	عدد العمال (fi)	مراكز الفئات (Xi)	Log xi	fi Log xi
80-109	26	94.5	1.975	51.35
110-139	78	124.5	2.095	163.41
140-169	122	154.5	2.189	267.058
170-199	34	184.5	2.266	77.044
200-229	14	214.5	2.331	32.634
230 -.....	8	244.5	2.388	19.104
المجموع	282			610.6

$$\text{Log } \bar{X}_g = \frac{1}{\sum fi} \sum_{i=1}^n fi \text{ Log } xi$$

$$\text{Log } \bar{X}_g = \frac{1}{282} (610.6)$$

$$\text{Log } \bar{X}_g = 2.165$$

$$\bar{X}_g = 10^{2.165} = 146.218$$

يمتاز الوسط الهندسي بعدم تأثره بالقيم المتطرفة ومن أبرز عيوبه هو عدم إمكانية استخدامه مع التوزيعات التي تضم قيم سالبة وصفر.

خامساً : الوسط التوافقي The Harmonic Mean

الوسط التوافقي لمجموعة من القيم عددها (n) هو مقلوب الوسط الحسابي لمقلوبات هذه القيم ، ويستخرج غالباً عندما تكون البيانات عبارة عن وحدات قياسية معينة. ويستخرج في حالتين :

أ- حالة البيانات غير المبوبة

ويستخرج في هذه الحالة من الصيغة الآتية :

$$\bar{X}_h = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum \frac{1}{x_i}} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}$$

مثال : أوجد الوسط التوافقي للقيم الآتية : 21 , 18 , 15 , 12 , 19 , 6 , 3 , 2 ؟

الحل :

$$\bar{X}_h = \frac{8}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{19} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15} + \frac{1}{18} + \frac{1}{21}} = 6.126$$

ب- في حالة البيانات المبوبة

يستخرج الوسط التوافقي للجداول التكرارية حسب الصيغة الآتية :

$$\bar{X}_h = \frac{\sum f_i}{\sum \frac{f_i}{x_i}}$$

مثال : أوجد الوسط التوافقي للتوزيع التكراري الآتي:

الفئات	60-69	70-79	80-89	90-99	100-109	110-119	120-130
التكرار	5	15	20	15	10	5	5

الحل :

الفئات	التكرار (fi)	مراكز الفئات (xi)	$\frac{fi}{xi}$
60-69	5	64.5	0.078
70-79	15	74.5	0.201
80-89	20	84.5	0.237
90-99	15	94.5	0.159
100-109	10	104.5	0.096
110-119	5	114.5	0.044
120-130	5	125	0.04
المجموع	75		0.855

$$\bar{X}_h = \frac{\sum fi}{\sum \frac{fi}{xi}}$$

$$\bar{X}_h = \frac{75}{0.855} = 87.719$$

من خصائص الوسط التوافقي تأثره بالقيم المتطرفة في الصغر ويصبح ليس ذات مدلول مع وجود بعض القيم المساوية للصفر. ويفضل إستخدامه عند إيجاد متوسط التغير خلال الزمن.