

# Deflection An Truss



\* بالنسبة لقانون التواء الخاص بـ ( Truss ) يختلف عن لقانون موجود في ( beam ) و ( Frame ) حيث سوف يكون :-

$$\Delta = \sum \frac{u * L}{EA} + \sum u * \alpha * L * \Delta T + \sum u * error$$

\* حيث نلاحظ ان القانون يحتوي على ثلاث حدود هي :-

① -  $\sum \frac{u * L}{EA}$  = يمثل هذا الحد (تأثير إهمال الخارصية) . حيث عند وجود إهمال الخارصية فإن هذا الحد موجود ولكنه عند عدم وجود إهمال الخارصية فيم إهمال هذا الحد

② -  $\sum \Delta T * \alpha * L * \Delta T$  = يمثل هذا الحد (تأثير درجات الحرارة) التي تم أخذها في إسهال . حيث عند وجود تغير في درجات الحرارة فإن هذا الحد موجود ولكنه عند عدم وجود تغير في درجات الحرارة فيتم إهمال هذا الحد .

③ -  $\sum u * error$  = يمثل هذا الحد (تأثير الخطأ في صيانة طول (member) ) حيث يتم أخذ قيمة الخطأ في إسهال . فعندما يتم أخذ قيمة الخطأ في (member) معين فإن هذا الحد موجود ولكنه عند عدم أخذ قيمة الخطأ فإن هذا الحد غير موجود .

ملاحظة :- ليس شرط ان توجد في سوال هذه اثنان حدود . جائز يكون في السؤال فقط الحد ابروك او جائز يكون فقط الحد الثاني او الثالث او جائز يكون الحد ابروك مع الثاني فقط او ابروك مع الثالث وهكذا او جائز تكون جميع الحدود موجودة .

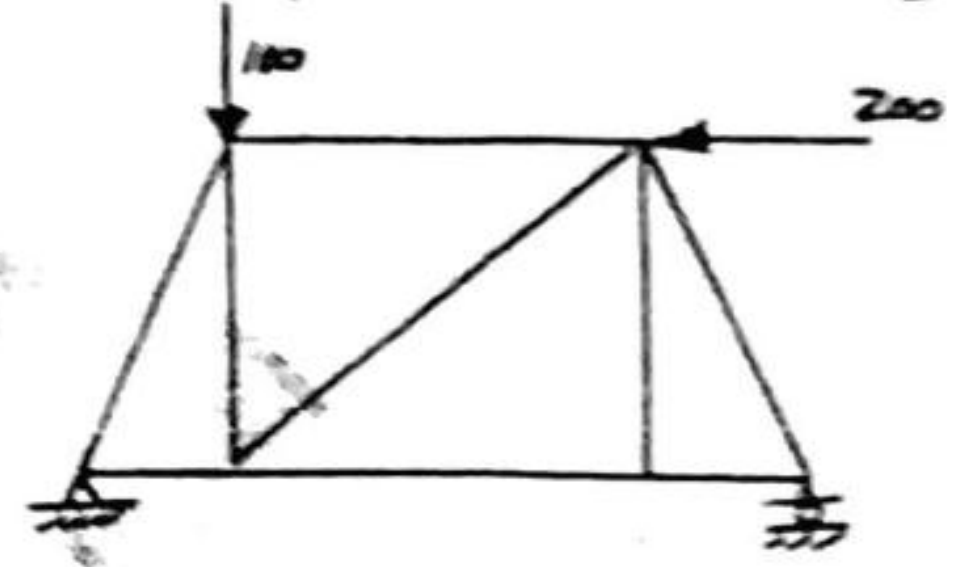
\* يمكنه أخذ اطار ابروك لتأثير الحدود

Ex:-

\* في هذا اطار فقط الحد ابروك هو الذي

يتم اخذ تأثيره

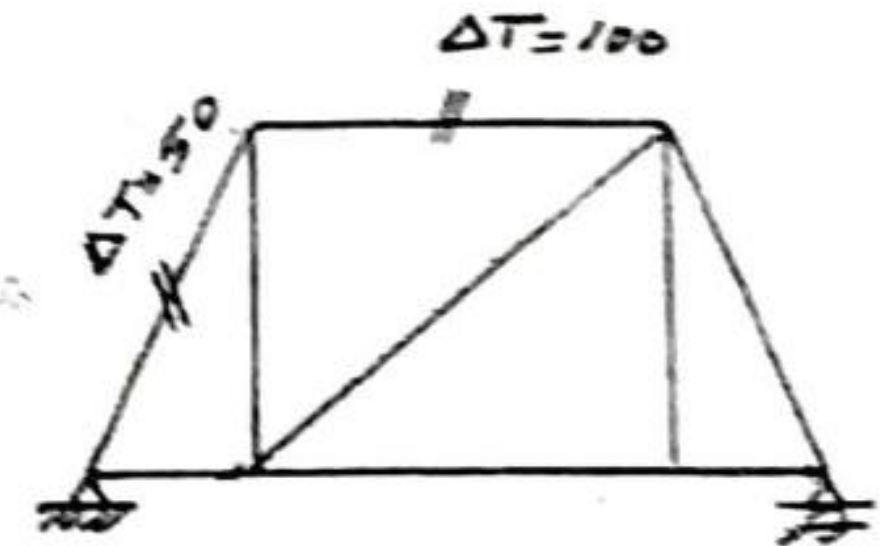
$$\Delta = \sum \frac{u \cdot k \cdot L}{EA}$$



Ex:-

\* في هذا اطار فقط الحد الثاني يتم اخذ تأثيره

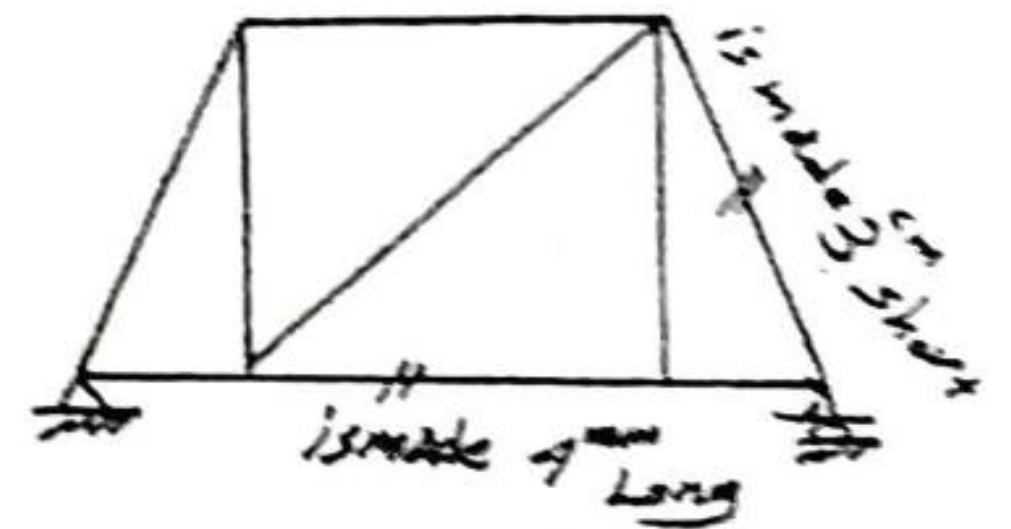
$$\Delta = \sum u \cdot \alpha \cdot L \cdot \Delta T$$



Ex:-

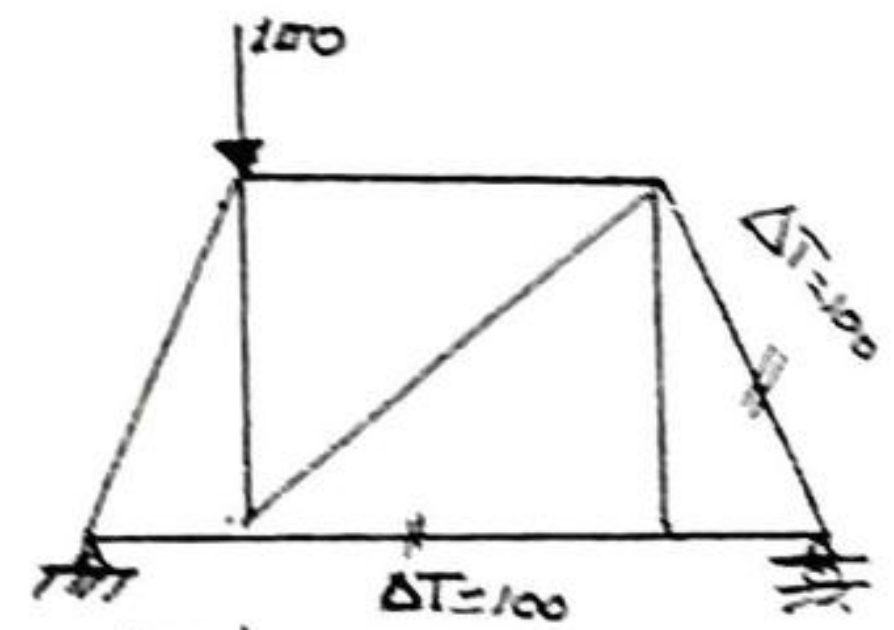
\* في هذا اطار يتم اخذ تأثير فقط الحد الثالث :-

$$\Delta = \sum u \cdot \text{error}$$



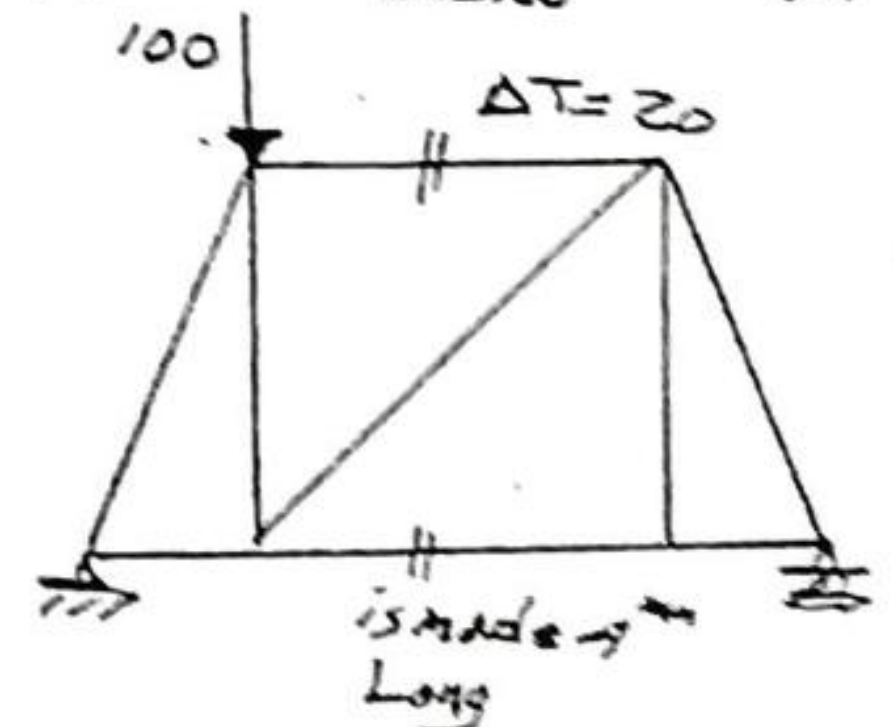
Ex:-

$$\Delta = \sum \frac{u \cdot k \cdot L}{EA} + \sum u \cdot \alpha \cdot L \cdot \Delta T$$



Ex:-

$$\Delta = \sum \frac{u \cdot k \cdot L}{EA} + \sum \alpha \cdot L \cdot \Delta T \cdot u + \sum u \cdot \text{error}$$



حيث أن :-

$$\textcircled{1} \quad \frac{\sum u \cdot L}{EA}$$

- \*  $u$  = مقدار لقوة المحورية في كل ضلع من أضلاع (Truss) نتيجة تسليط الأحمال الخارجية (يتم استخراجها بطريقة Joint) ويجب تحديده نوع القوة في كل ضلع من ناحية (Tension) أو (Compression).
- \* حيث إذا كانت لقوة من نوع (Tension) يتم تعويضها (+).
- \* حيث إذا كانت لقوة من نوع (Compression) يتم تعويضها (-).

- \*  $u$  = مقدار لقوة المحورية في كل ضلع من أضلاع (Truss) نتيجة تسليط قوة مركزة مقدارها (1) فقط (لا يتم تسليط عزم في (Truss) في المكان المطلوب حساب (deflection) فيه فإيضاً يجب تحديده نوع القوة ( $u$ ) هل هي (Tension) أو (Compression).
- \* يجب أهمل جميع الأحمال الخارجية عند حساب ( $u$ ).
- \*  $L$  = الطول الحقيقي لكل (member).
- \*  $A$  = مساحة كل (member).
- \*  $E$  = معامل مرونة لكل (member).

\* ملاحظة :- بعد استخراج قيم كل من ( $u$ ) و ( $L$ ) يتم عمل الجدول التالي :-

member	$EA$	$L$	$u$	$\frac{\sum u \cdot L}{EA}$
* يتم وضع أسماء أضلاع (Truss)			* يتم وضع ( $u$ ) مع إشارة	

$$\sum \alpha * \alpha * L * \Delta T \quad - (2)$$

\*  $\alpha =$  نفسه لتعريف السابحه (بوضوح مع الإشارة).

\*  $\alpha =$  معامل التمدد الحراري يتم تحديده في السؤال.

\*  $L =$  يمثل طول (member) الذي يعمل فيه تغير في درجات الحرارة.

\*  $\Delta T =$  مقدار تغير في درجة الحرارة يتم تحديده في السؤال.

\* يجب تعريفه ( $\Delta T$ ) أيضاً مع الإشارة حيث :-

① - اذا كانت زيادة في درجة الحرارة (increase, rise) فإنه (+).

② - اذا كانت نقصان في درجة الحرارة (decrease, drop) فإنه (-).

\* ليس هناك داي عمل جدول لهذا الحد وذلك لأن عدد (member) ليس يتم تحديدها في السؤال تكون قليلة.

$$\sum \alpha * error \quad - (3)$$

\*  $\alpha =$  نفسه التعريف السابحه (يجب التوضيح مع الإشارة).

\*  $error =$  مقدار الخطأ في حسنة (member) الذي يتم تحديده في

السؤال ويجب تعريفه مع الإشارة وكما يلي :-

① - اذا كان (error) في حالة (Short) فإنه (-).

② - اذا كان (error) في حالة (Long) فإنه (+).

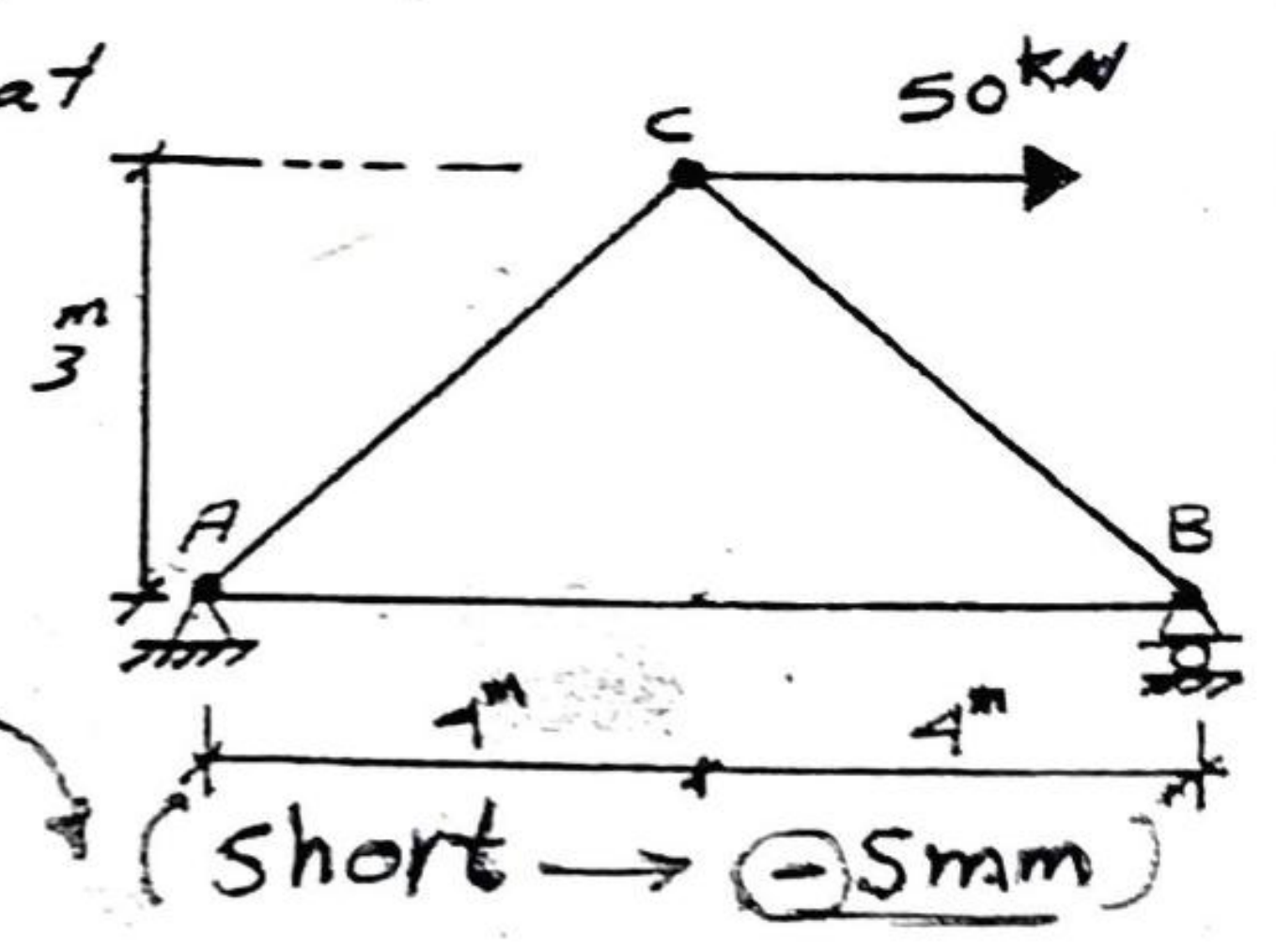
Ex:- Using the method of virtual work, find the Vertical deflection of joint (C) of the truss shown in fig. due to:  $\Delta V)_C = ?$

a) - The horizontal force (50kN) at Point c in the right

b) - (5mm) short in member (AB)

∴ during construction error

c) - increase in member (AC) and (AB). TepaHTHBe جرارة



$\frac{L}{A} = 0.5 \frac{m}{cm^2}$ ,  $E = 20000 \text{ kN/cm}^2$ ,  $\alpha = 0.000004 \text{ m/m/}^\circ\text{C}$   
 $(\Delta T = 40^\circ)$  درجه

Sol.

\* To find  $\delta$ :-

\* To find reaction

$\sum M_A = 0$

$50 \times 3 - B_y \times 8 = 0 \Rightarrow B_y = 18.75 \uparrow$

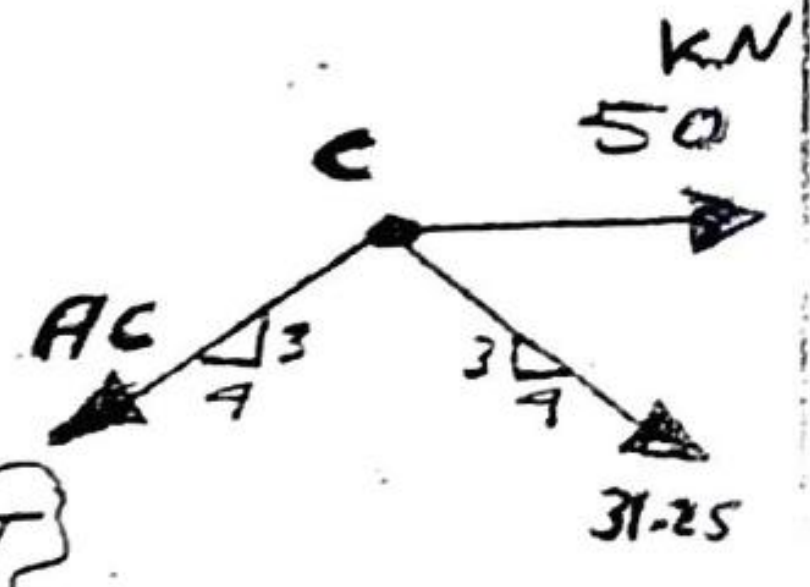
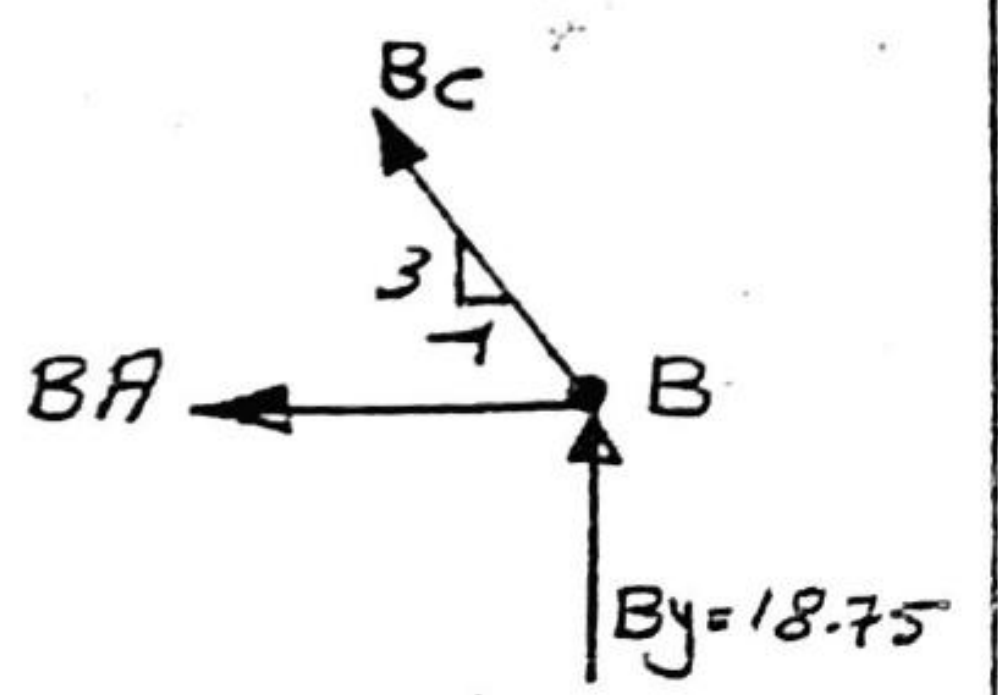
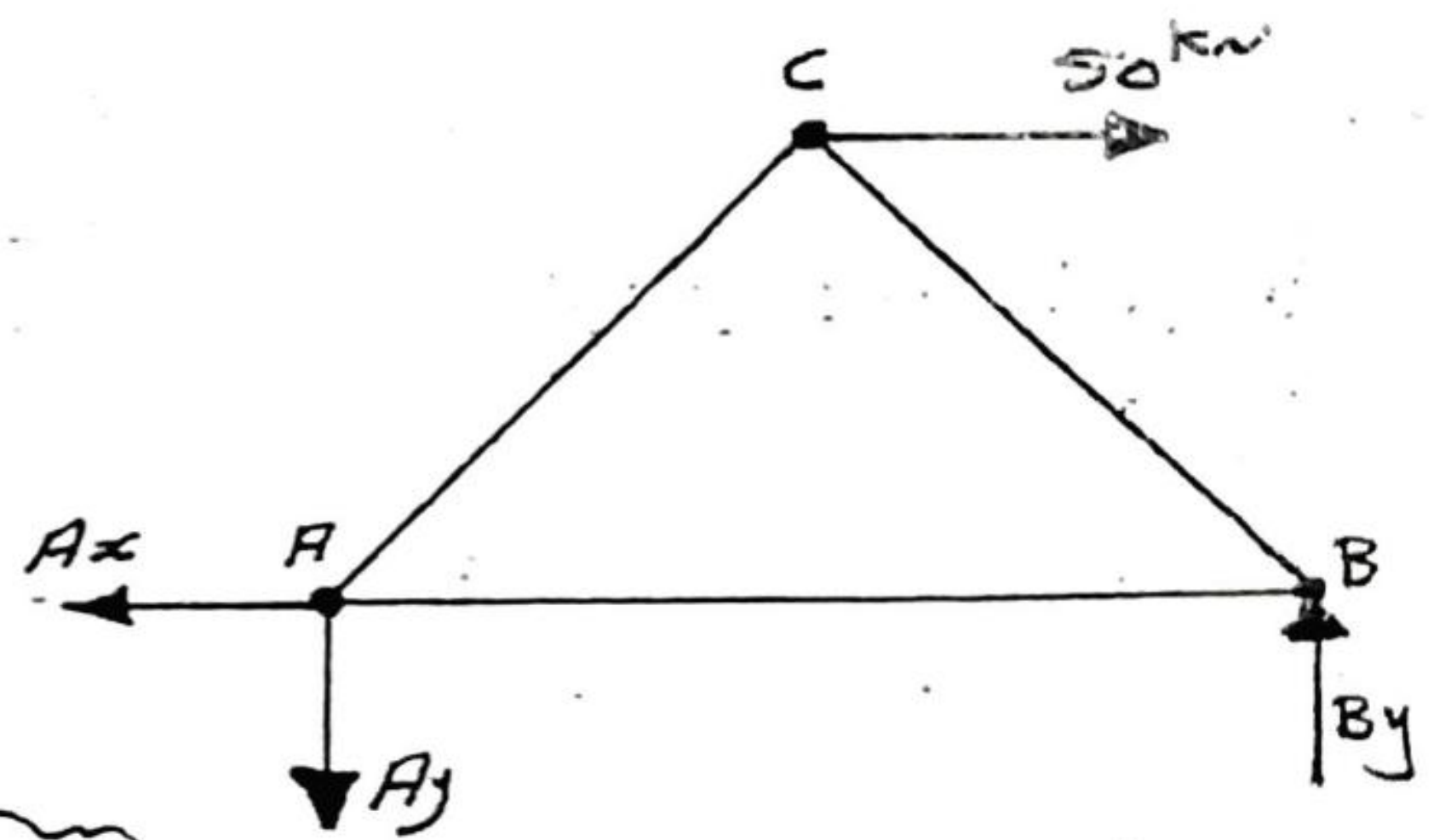
\* for joint B:-

$\sum F_y = 0 \Rightarrow 18.75 + B_C \times \frac{3}{5} = 0 \Rightarrow B_C = 31.25 \text{ C}$

$\sum F_x = 0 \Rightarrow -AB + 31.25 \times \frac{4}{5} = 0 \Rightarrow AB = 25 \text{ T}$

\* for joint C:-

$\sum F_y = 0 \Rightarrow -AC \times \frac{3}{5} + 31.25 \times \frac{3}{5} = 0 \Rightarrow AC = 31.35 \text{ T}$

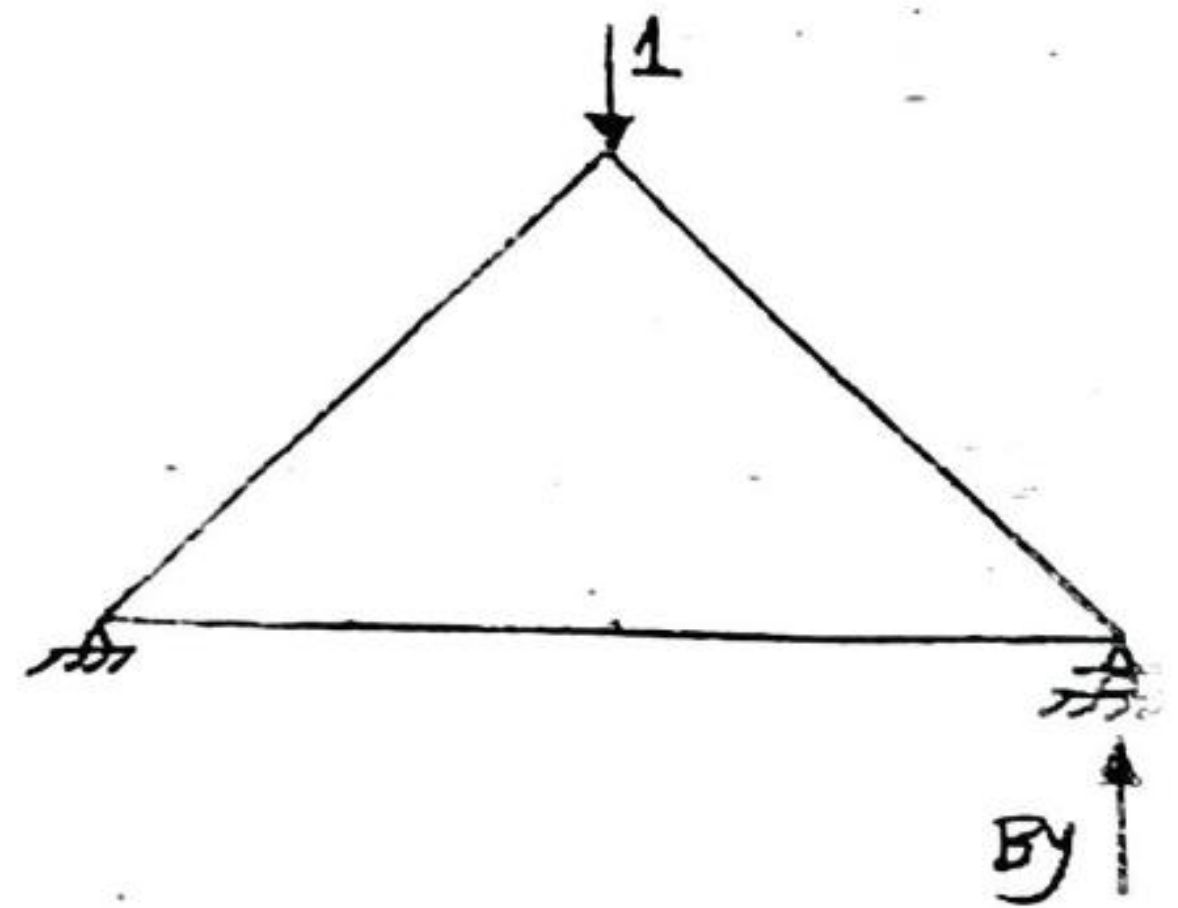


\* To find  $U$  :-

\* To find reaction :-

$$\sum M_A = 0$$

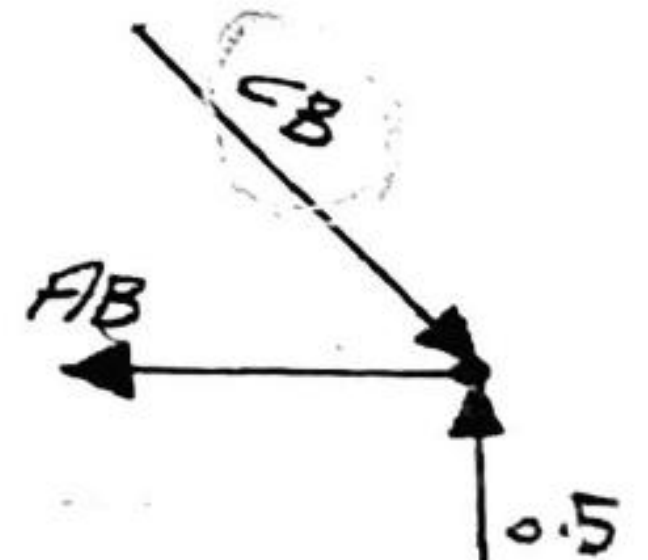
$$1 \times 4 - B_y \times 8 = 0 \Rightarrow B_y = 0.5 \uparrow$$



\* For Joint B

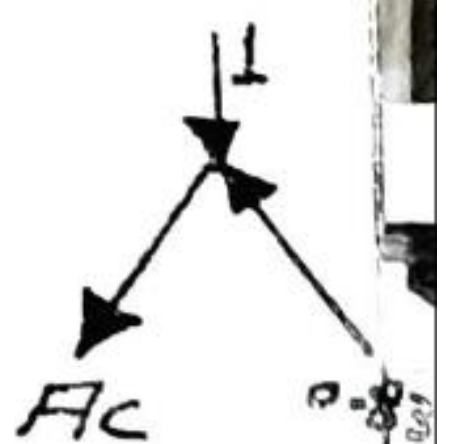
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 0.5 - CB \times \frac{3}{5} = 0 \Rightarrow CB = 0.833C$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -AB + 0.833 \times \frac{4}{5} = 0 \Rightarrow AB = 0.67T$$



\* For Joint C :-

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -AC \times \frac{4}{5} - 0.833 \times \frac{4}{5} = 0 \Rightarrow AC = 0.833C$$



member	$L/EA$	$L$ (cm)	$\Delta T$	$u$	$\frac{\sum uL}{EA}$
[T] & [E] AB	0.0025	800	25	0.67	0.041875
[T] AC	0.0025	500	31.25	-0.833	-0.0651
CB	0.0025	500	-31.25	-0.833	0.0651

$$\therefore \frac{L}{A} = 0.5 \frac{m}{cm^2} \Rightarrow 0.5 \times \frac{100 cm}{cm^2} = 50 \frac{1}{cm}$$

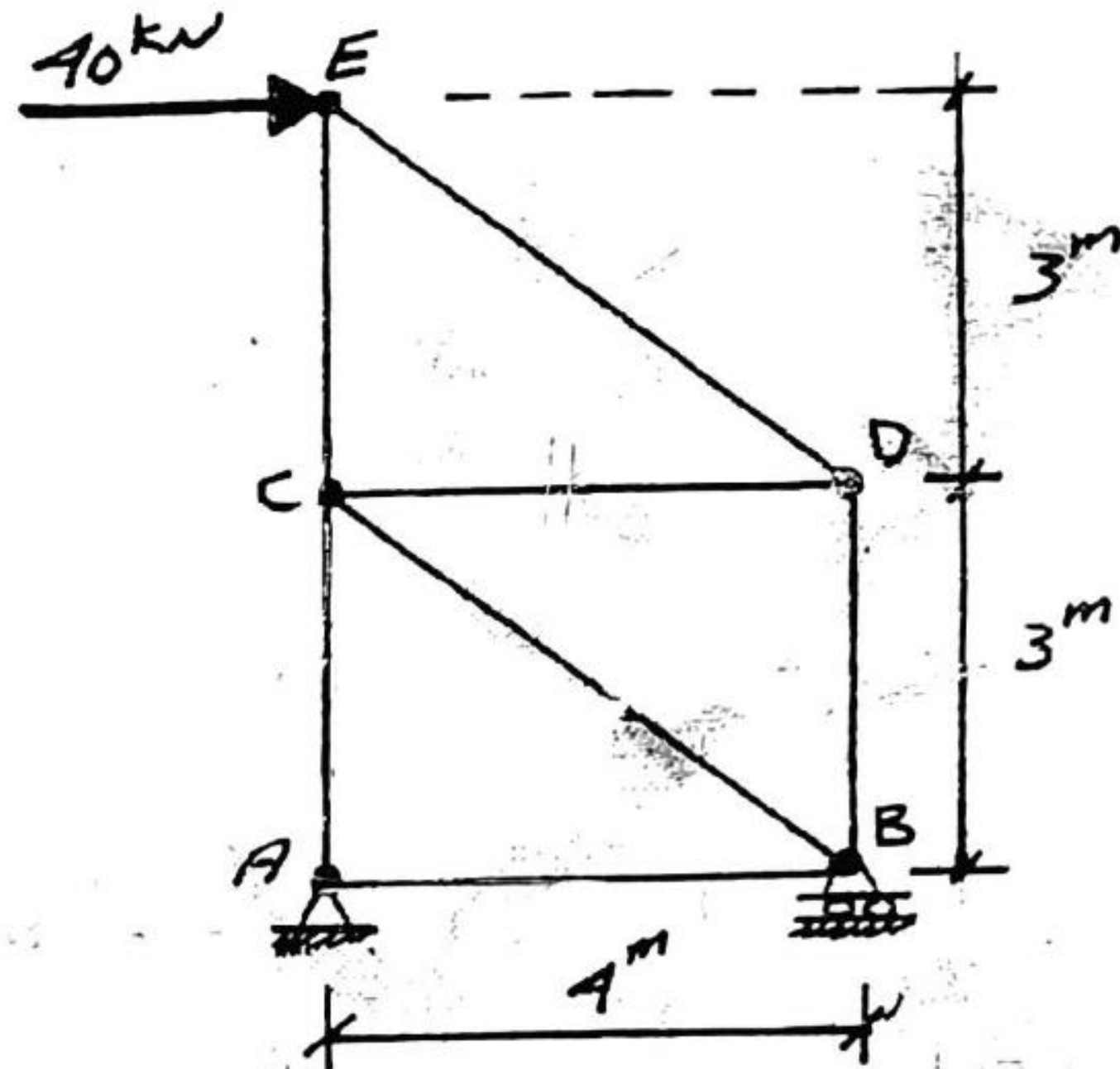
$$\therefore \frac{L}{EA} = \frac{50}{20000} = 0.0025 \frac{cm}{kN}$$

$$\sum \frac{\sum uL}{EA} = 0.041875 cm$$

$$\begin{aligned} \therefore (\Delta V)_C &= \sum \frac{\sum uL}{EA} + \sum u \alpha L \Delta T + \sum u * error \\ &= [0.041875] + [0.67 * 0.000004 * 800 * 40 \\ &\quad + (-0.833) * 0.000004 * 500 * 40] + [0.67 * -\frac{5}{10}] \end{aligned}$$

$$\therefore (\Delta V)_C = -0.274 cm$$

Ex<sub>2</sub>:- Using unit load method, find the horizontal deflection at (E) due to applied load and a temperature rise (100°C) in members (AC) and (CE) only. Use  $\alpha = 12 \times 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ ,  $EA = 1 \times 10^5 \text{ kN}$  for all member.



Sol.

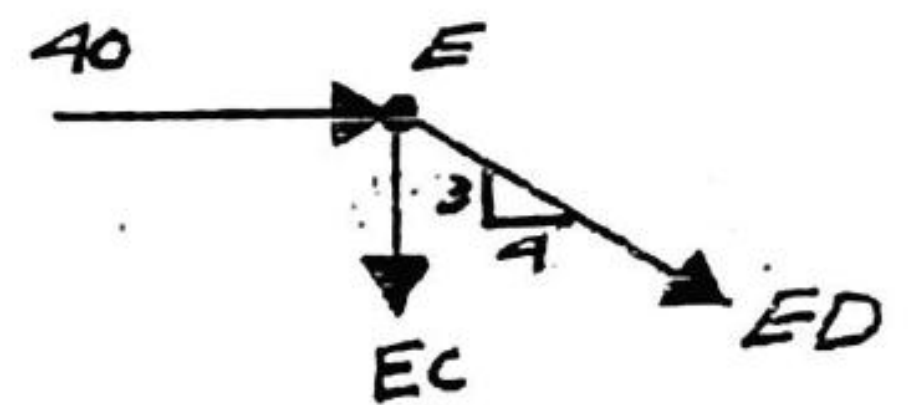
\* نكتب السؤال ونحللها، بعد ذلك، نكتب الحل

\* To find S:-

\* For joint E:-

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow 40 + ED \times \frac{4}{5} = 0 \Rightarrow ED = 50 \text{ C}$$

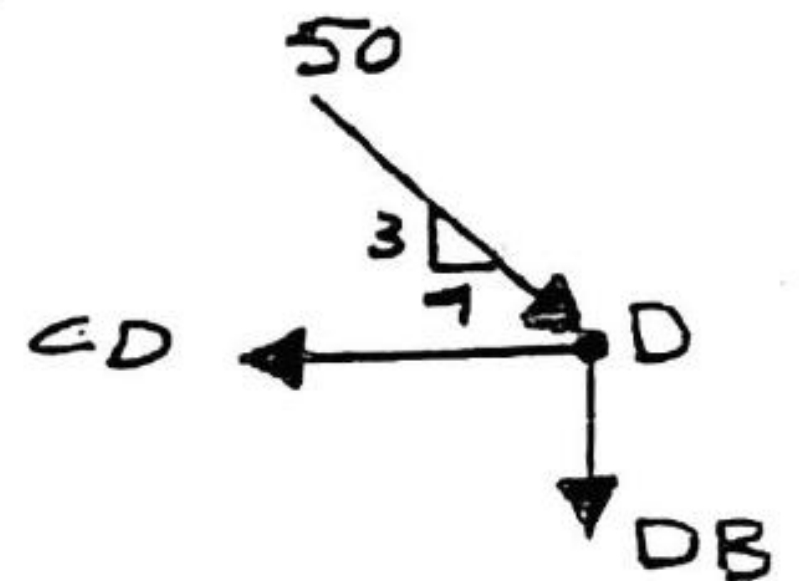
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -EC + 50 \times \frac{3}{5} = 0 \Rightarrow EC = 30 \text{ T}$$



\* For joint D:-

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -CD + 50 \times \frac{4}{5} = 0 \Rightarrow CD = 40 \text{ T}$$

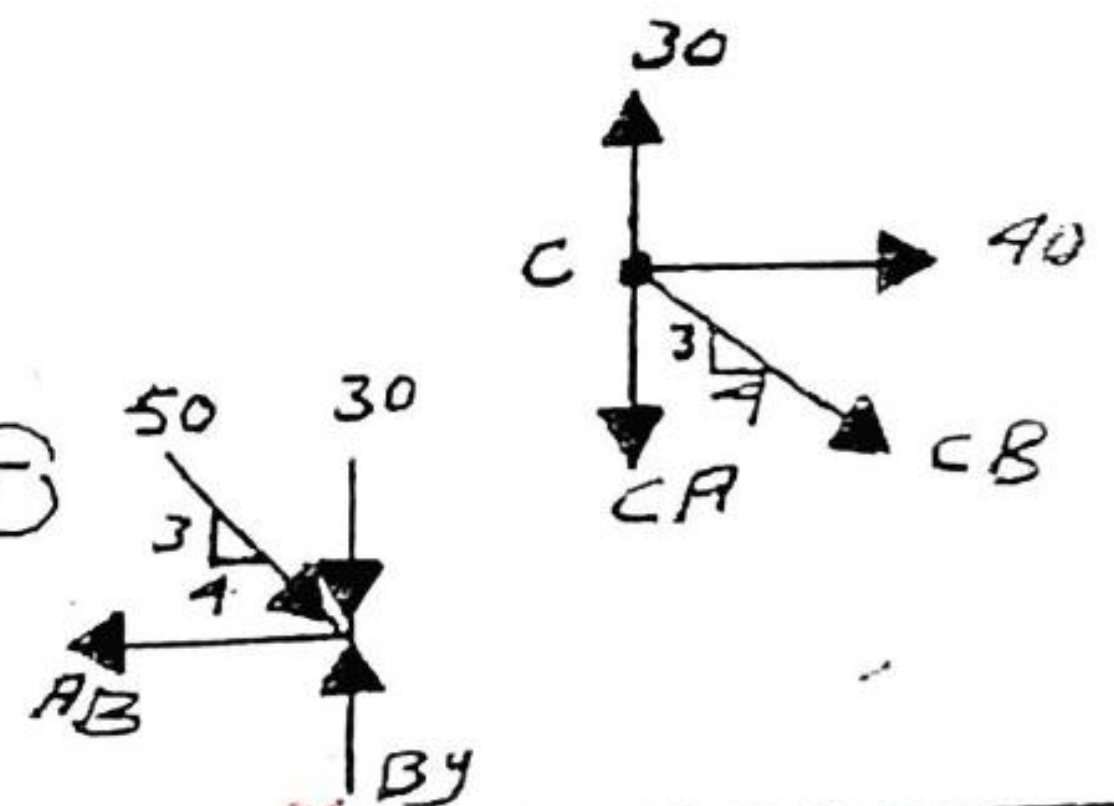
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -DB - 50 \times \frac{3}{5} = 0 \Rightarrow DB = 30 \text{ C}$$



\* For joint C:-

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow 40 + CB \times \frac{4}{5} = 0 \Rightarrow CB = 50 \text{ C}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -CA + 30 + 50 \times \frac{3}{5} = 0 \Rightarrow CA = 60 \text{ T}$$



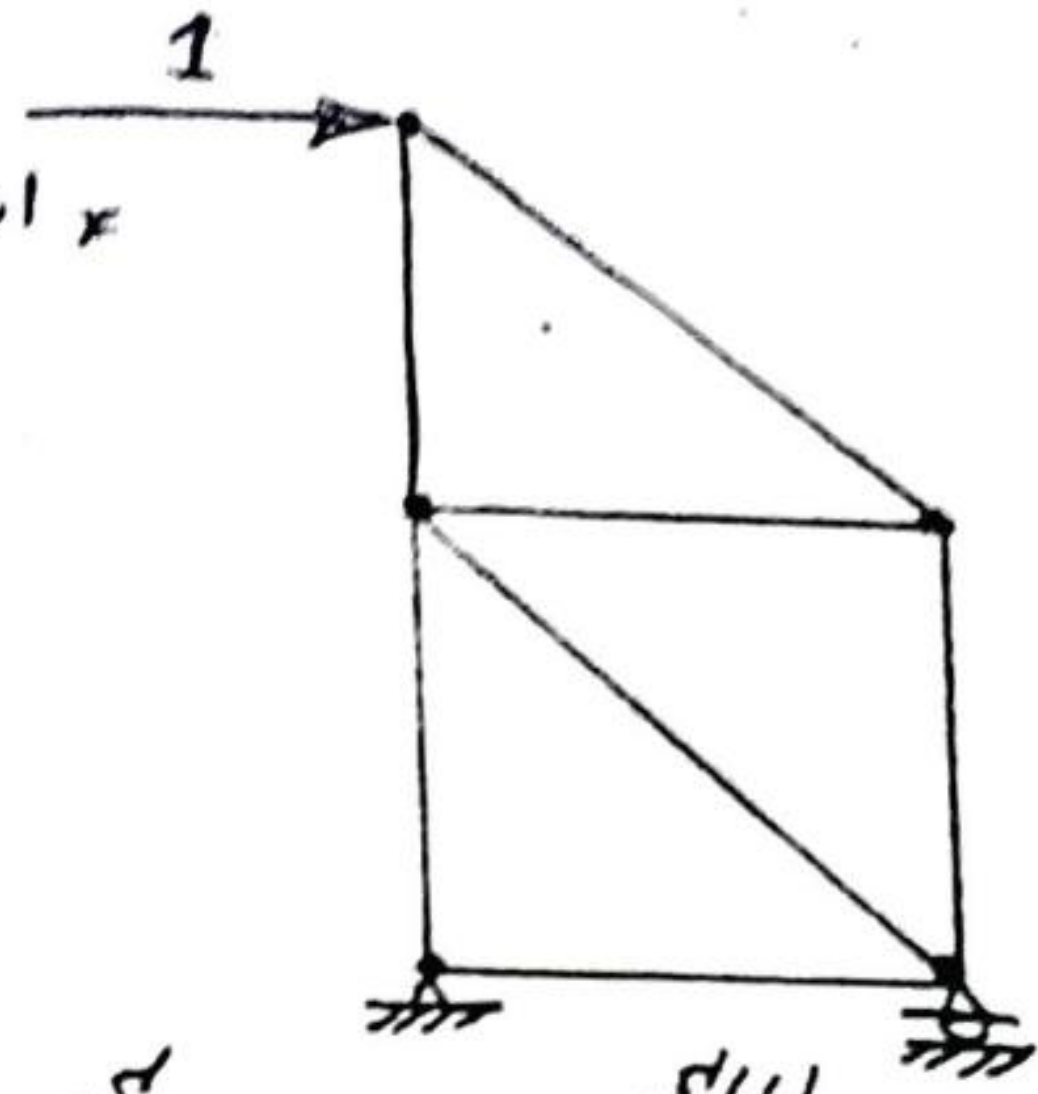
\* For joint B:-

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow 50 \times \frac{4}{5} - AB = 0 \Rightarrow AB = 40 \text{ T}$$

\* To find  $u$ :-

• ان هذا الشكل يشبه الشكل المثلثي لذلك

$$u = \frac{\sum s}{40}$$



member	$EA$	$L$	$s$	$u = \frac{s}{40}$	$\frac{s_{UL}}{EA}$
[T] EC	$1 \times 10^5$	3	30	0.75	0.000675
ED	$1 \times 10^5$	5	-50	-1.25	0.003125
CD	$1 \times 10^5$	4	40	1	0.0016
CB	$1 \times 10^5$	5	-50	-1.25	0.003125
[T] CA	$1 \times 10^5$	3	60	1.5	0.0027
DB	$1 \times 10^5$	3	30	0.75	0.000675
AB	$1 \times 10^5$	4	40	1	0.0016
					$\Sigma = 0.0135$

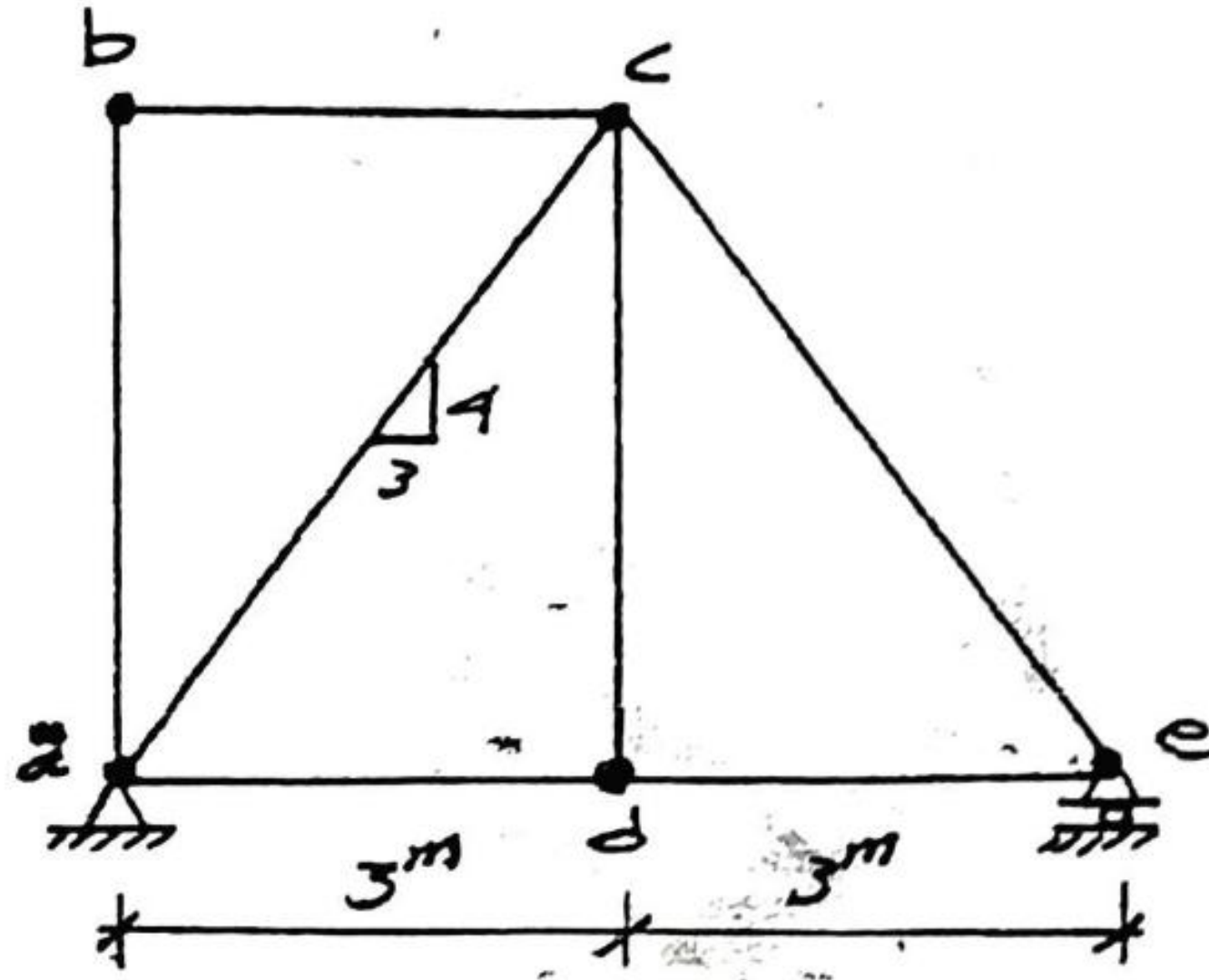
$$\therefore (\Delta E)_H = \sum \frac{s_{UL}}{EA} + \sum u \alpha L \Delta T$$

$$= 0.0135 + [0.75 \times 12 \times 10^{-6} \times 3 \times 100] + [1.5 \times 12 \times 10^{-6} \times 3 \times 100]$$

$$= 0.0216 \text{ m}$$



Ex<sub>3</sub> :- Find the deflection at point "c" if short in member (bc) is (2) cm and long in member ce (3) cm ?



الحل

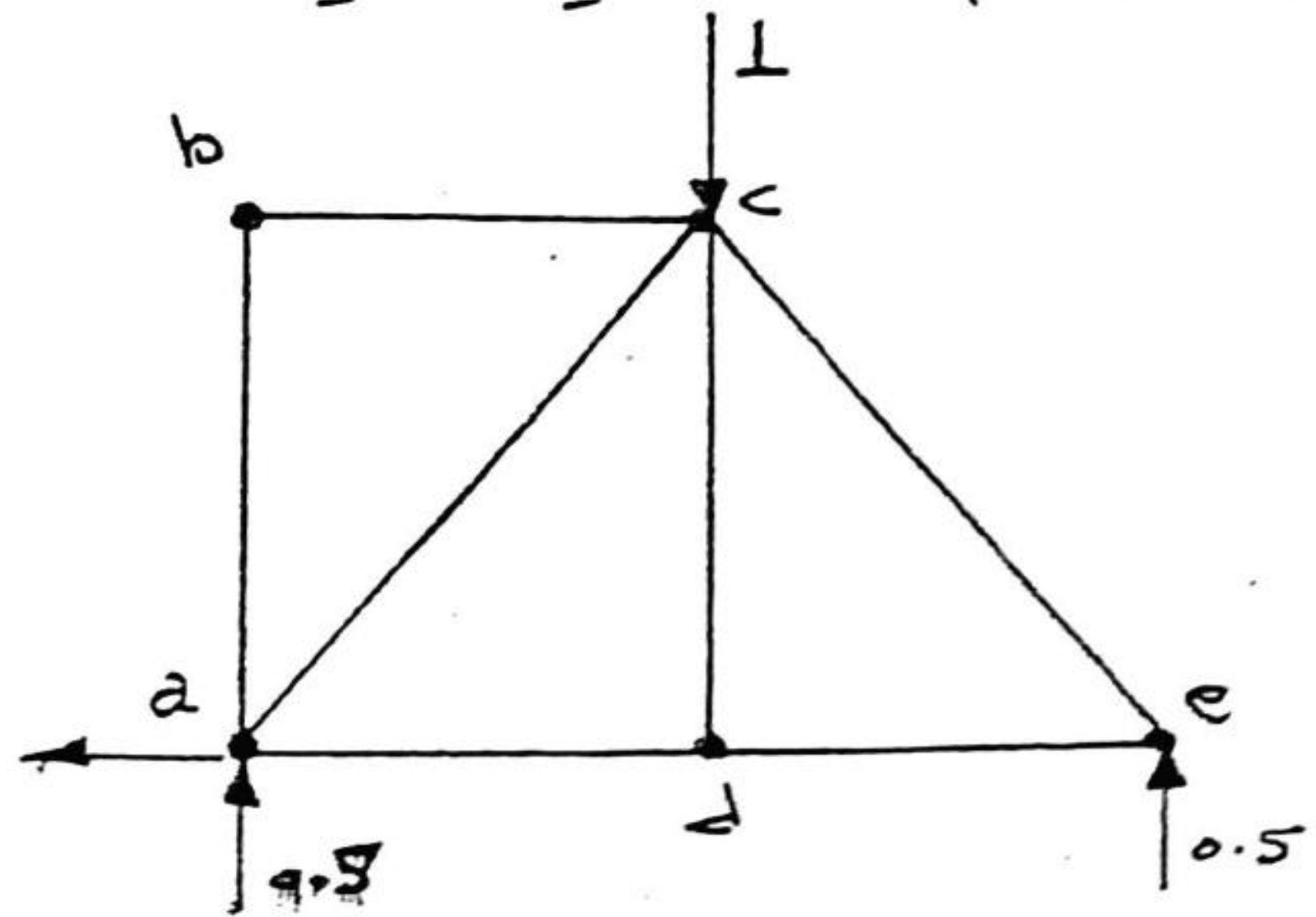
\* نلاحظ في هذا المثال عدم ذكر نوع الانحراف المطلوب عمودي او افقي لذلك يجب حساب  $(\Delta_c)_{abc}$

$$(\Delta_c) = \sqrt{(\Delta_c)_H^2 + (\Delta_c)_V^2}$$

\* عند النظر الى السؤال نلاحظ عدم وجود قوة خارجية مسلطة لذلك لا نجد الحد الاول وكذلك عدم وجود اختلاف بدرجات الحرارة فلا يحسب الحد الثاني اي فقط يحسب الحد الثالث:

$$\Delta = \sum u * error$$

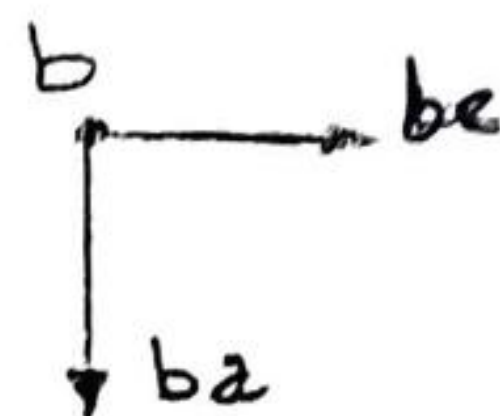
$$(\Delta_c)_V =$$



نحسب (u) فقط للضلعين bc & ce

\* for joint b:

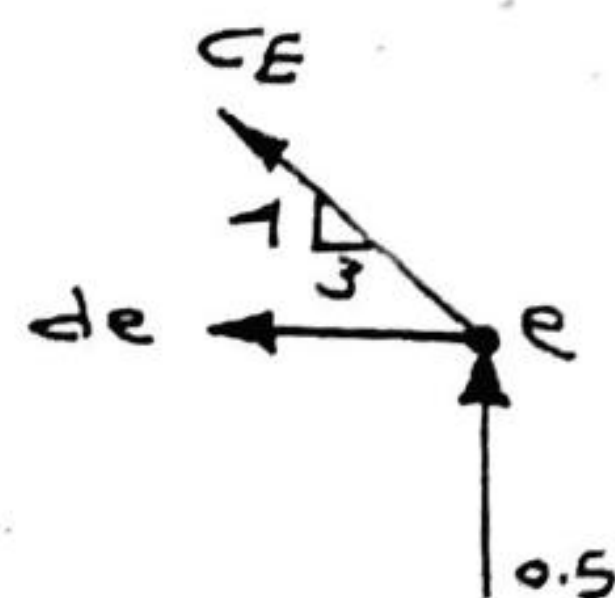
$$\sum f_x = 0 \Rightarrow bc = 0$$



\* for joint e:

$$\sum f_y = 0 \Rightarrow 0.5 + ce \times \frac{4}{5} = 0$$

$$ce = -0.625$$



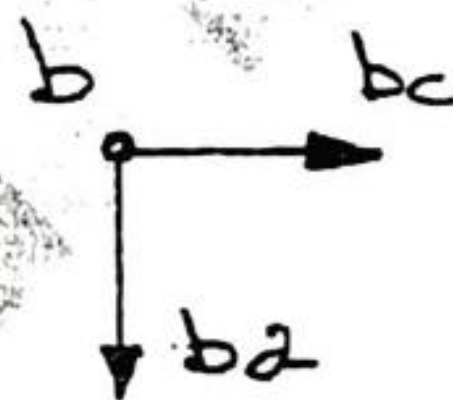
$(\Delta c)_v = \overset{\text{Zero}}{\ominus} \times (-2) + (-0.625 \times 3)$   
*awl short*      *cup long*

$(\Delta c)_v = -1.875 \text{ cm}$

$(\Delta c)_H \Rightarrow$

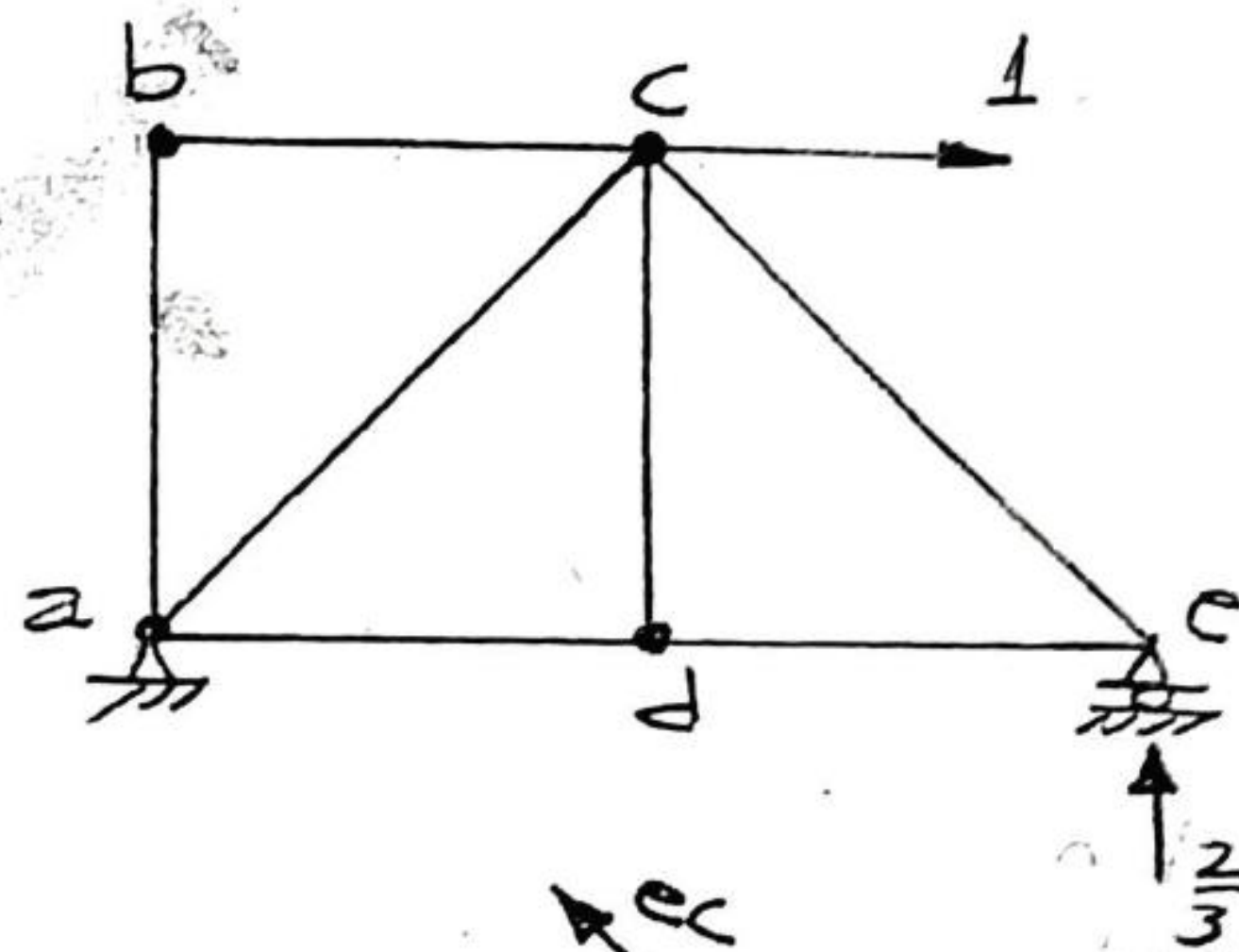
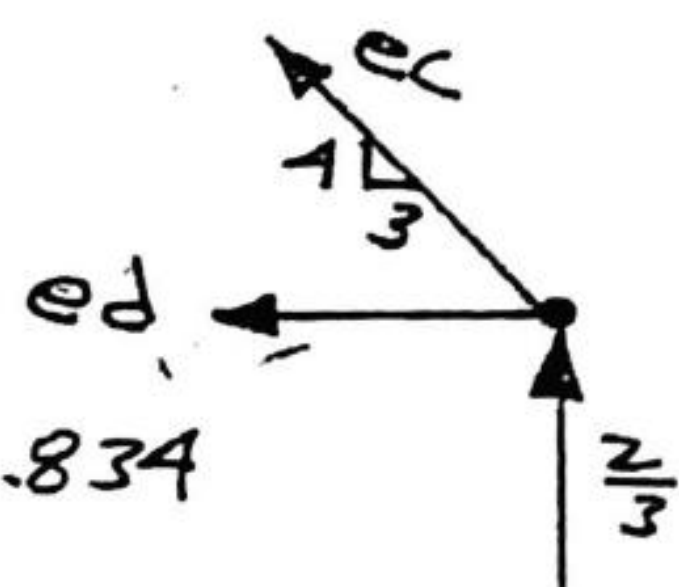
\* for joint b:

$$bc = 0$$



\* for joint e:

$$\sum f_y = 0 \Rightarrow \frac{2}{3} + ce \times \frac{4}{5} = 0 \Rightarrow ce = -0.834$$



$$(\Delta c)_H = -0.834 \times 3 = -2.502 \text{ cm}$$

$$\therefore \Delta c = \sqrt{(1.875)^2 + (2.502)^2}$$

$$= 3.127 \text{ cm}$$

HW:- Find the Vertical deflection at (e) due to applied load and a temperature rise of  $40^{\circ}\text{C}$  in member (ce) and (de).

$$AE = 1 \times 10^5 \text{ kN (for all member)}$$

$$(\alpha = 12 \times 10^{-6} / ^{\circ}\text{C})$$

