

Functions

الدوال

$$y = x^2 + 1$$

$$f(x) = x^2 + 1$$

$$\Rightarrow y = f(x)$$

تتكون الدالة من متغيرين أو أكثر

$$y = x + 5$$

المتغير الأول (y) يعتمد على قيمة x

المتغير الثاني (x) لا يعتمد على قيمة y

$$\text{When } x = 2 \rightarrow y = 2 + 5 = 7$$

$$\text{When } x = 4 \rightarrow y = 4 + 5 = 9$$

- الدالة تكون على ثلاث أنواع

* الدالة كثيرة الحدود وهي خطية يكون فيها متغير x مرفوع إلى
الأس 1 أو صفر فكل

$$y = x^2 + 2x + 1$$

* الدالة الكسرية مثل

$$y = \frac{x+1}{x-2}$$

يجب أن لا يكون المقام = 0

$$[\text{المقام} \neq 0]$$

$$y = \sqrt{x^2 - 4}$$

* الدالة الجذرية

$$x^2 - 4 \geq 0$$

* يجب أن يكون تحت الجذر

$$[\text{عدد حقيقي}]$$

Composition of function

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{\text{a}} f(x) \\ \xrightarrow{\text{a}} g(x) \end{array}$$

$$g \circ f(x) = g(f(x)) \quad f \text{ اولی، } g \text{ ثانی}$$

or

$$f \circ g(x) = f(g(x)) \quad g \text{ اولی، } f \text{ ثانی}$$



ex. 1 $f(x) = \frac{x}{x-1}$, $g(x) = 1 + \frac{1}{x}$

find (a) $g \circ f(x)$, (b) $f \circ g(x)$

(a) $g \circ f(x) = g(f(x))$

$$= g\left(\frac{x}{x-1}\right) \quad f(x) \text{ کو } x \text{ کے جگہ پر لکھو}$$

$$g = 1 + \frac{1}{\cancel{x}} \rightarrow f(x)$$

$$= 1 + \frac{1}{\left(\frac{x}{x-1}\right)} \quad \rightarrow \text{مقلوب لکھو}$$

$$= 1 + \frac{x-1}{x}$$

$$= 1 + \frac{x}{x} - \frac{1}{x}$$

$$= 1 - \frac{1}{x}$$

$$\textcircled{b} f \circ g(x) = f(g(x))$$

$$= f\left(1 + \frac{1}{x}\right)$$

$$f(x) = \frac{\textcircled{x} - \textcircled{og(x)}}{\textcircled{x} - 1}$$

نوضنا $g(x)$ بـ x بس

$$= \frac{\left(1 + \frac{1}{x}\right)}{\left(x + \frac{1}{x}\right) - 1}$$

بقام الكفار بـ x

$$= \frac{1 + \frac{1}{x}}{\left(\frac{1}{x}\right)}$$

$$= \left(1 + \frac{1}{x}\right)x \Rightarrow \left(x + \frac{x}{x}\right) \Rightarrow = x + 1$$

ex₂/ Find $f(g(x))$ and $g(f(x))$ if

$$f(x) = x - 7, \quad g(x) = x^2$$

$$f(g(x))$$

$$f(x^2) \Rightarrow f(x) = x - 7 \Rightarrow x^2 - 7$$

$$g(f(x))$$

$$x^2 \rightarrow (x - 7)^2$$

ex3/ $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = \sqrt{x}$

Find $f \circ g(x)$ and $g \circ f(x)$

$f \circ g(x)$

$f(\sqrt{x}) \Rightarrow f(x) = x^2 + 1 \rightarrow$ تعوض $g(x)$ في $f(x)$

$= (\sqrt{x})^2 + 1 \Rightarrow = x + 1$

$g \circ f(x)$

$g(x^2 + 1) \Rightarrow g(x) = \sqrt{x} \rightarrow$ تعوض $f(x)$ في $g(x)$

$= \sqrt{x^2 + 1}$

ex4/ $f(x) = 3x^2 + x$, $g(x) = 2x - 1$

Find $f \circ g(x)$, $g \circ f(x)$

$f \circ g(x)$

$f(2x - 1)$, $f(x) = 3x^2 + x \rightarrow$ تعوض $g(x)$ في $f(x)$

$3(2x - 1)^2 + (2x - 1)$

$3(4x^2 - 4x + 1) + (2x - 1)$

$(12x^2 - 12x + 3) + (2x - 1)$

$12x^2 - 10x + 2 \] \div 2$

$6x^2 - 5x + 1$

$$g \circ f(x)$$

$$g(3x^2 + x)$$

$$2(3x^2 + x) - 1$$

$$6x^2 + 2x - 1$$



ex 5/ $f(x) = \sqrt{2x+1}$, $g(x) = x^2 + 3$

Find $f \circ g(x)$ & $g \circ f(x)$

$$f \circ g(x)$$

$$f(x^2 + 3)$$

$$= \sqrt{2(x^2 + 3) + 1} \Rightarrow \sqrt{2x^2 + 6 + 1}$$

$$= \sqrt{2x^2 + 7}$$

$$g \circ f(x)$$

$$g(\sqrt{2x+1})$$

$$= (\sqrt{2x+1})^2 + 3 \Rightarrow 2x + 1 + 3$$

$$= 2x + 4$$

ex 6 / $f(x) = \frac{1}{1+x}$, $g(x) = \sqrt[3]{x}$

Find $f \circ g(x)$, $g \circ f(x)$

$f \circ g(x)$

$$f(\sqrt[3]{x}) \Rightarrow \frac{1}{1 + \sqrt[3]{x}}$$

$g \circ f(x)$

$$g\left(\frac{1}{1+x}\right) \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{1}{1+x}}$$



ex 7 / $f(x) = 3x^2 + 2$, $g(x) = \frac{1}{3x^2 + 2}$

Find $f \circ g(x)$, $g \circ f(x)$

$f \circ g(x)$

$$f\left(\frac{1}{3x^2 + 2}\right) \Rightarrow 3\left(\frac{1}{3x^2 + 2}\right)^2 + 2$$

$$= 3\left(\frac{1}{9x^4 + 12x^2 + 4}\right) + 2$$

$$= \frac{3}{9x^4 + 12x^2 + 4} + 2$$

$$g \circ f(x) =$$

$$g(3x^2 + 2)$$

$$\frac{1}{3(3x^2 + 2)^2 + 2} \Rightarrow = \frac{1}{3(9x^4 + 12x^2 + 4) + 2}$$

$$= \frac{1}{27x^4 + 36x^2 + 12 + 2}$$

ex 8 / $f(x) = x^3$, $g(x) = x^2 + 3$

find $f \circ g(x)$, $g \circ f(x)$

$$f \circ g(x)$$

$$f(x^2 + 3)$$

$$(x^2 + 3)^3 \Rightarrow (x^2 + 3)^2(x + 3)$$

$$(x^4 + 6x^2 + 9)(x + 3) \dots \text{etc.}$$

$$g \circ f(x)$$

$$g(x^3) \Rightarrow (x^3)^2 + 3$$

$$x^6 + 3$$